

МИНИСТЕРСТВО ЦИФРОВОГО РАЗВИТИЯ, СВЯЗИ И МАССОВЫХ КОММУНИКАЦИЙ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«СИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ТЕЛЕКОММУНИКАЦИЙ И ИНФОРМАТИКИ»
(СибГУТИ)
ХАБАРОВСКИЙ ИНСТИТУТ ИНФОКОММУНИКАЦИЙ (ФИЛИАЛ)
(ХИИК СибГУТИ)
СРЕДНЕЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЕ ОБРАЗОВАНИЕ

СБОРНИК ЗАДАЧ

по дисциплине

«МАТЕМАТИКА»

для студентов первого курса СПО

(базовый уровень)

часть 1

Хабаровск – 2022г

ББК -22

Калиниченко Ю.А. Сборник задач по дисциплине «Математика» (часть 1) для студентов первого курса всех специальностей среднего профессионального образования очной формы обучения (базовый уровень) – г.Хабаровск, ХИИК «СибГУТИ»; 2022 год

Содержит задания по основным разделам математики: алгебре, началам анализа, дифференциальному и интегральному исчислениям.

Сборник задач по дисциплине «Математика» может быть использован как для занятий под руководством преподавателя, так и для самостоятельной работы.

Рецензент:

преподаватель высшей категории

ПЦК информационных технологий и

естественнонаучных дисциплин

_____ (Райлян М.Н.)

г. Хабаровск, 2022 год

СОДЕРЖАНИЕ

	стр.
Раздел 1. Действительные числа	4
1.1 Действительные числа. Приближенные вычисления	4
1.2 Уравнения и неравенства.	5
1.3 Определители второго и третьего порядка. Решение систем методом Крамера	9
Раздел 2. Последовательности и функции	10
2.1 Числовая функция. Способы задания. Свойства числовой функции	10
2.2 Предел функции в точки	12
Раздел 3. Показательная, логарифмическая и степенная функции.	14
3.1 Степень и ее свойства	14
3.2 Логарифм и его свойства	17
3.3 Степенная, показательная и логарифмическая функции	19
3.4 Показательные и логарифмические уравнения и неравенства	21
Раздел 4. Тригонометрические функции	26
4.1 Основные понятия тригонометрии.	26
4.2 Свойства и графики тригонометрических функций: $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \operatorname{tg} x$, $y = \operatorname{ctg} x$	34
4.3 Простейшие тригонометрические уравнения	37
4.4 Тригонометрические уравнения.	41
Раздел 5. Дифференциальное исчисление	43
Раздел 6. Интегральное исчисление	51
ЛИТЕРАТУРА	60

РАЗДЕЛ 1. ДЕЙСТВИТЕЛЬНЫЕ ЧИСЛА

1.1 Действительные числа. Приближенные вычисления

№ 1. Между данными числами поставить один из следующий трех знаков: $<$, $>$, $=$.

- | | |
|--------------------------------|--------------------------------|
| 1) 5,63479... и 5,63479... ; | 2) 15,25... и $\frac{61}{4}$; |
| 3) -3,4833... и -3,5829... ; | 4) 0 и -0,0003... . |
| 5) -16,0010... и -16,0001... ; | 6) -12,001 и -11,999 |

№ 2. Выяснить, какое из двух больше и какое меньше (или же показать, что эти числа равны друг другу)

- | | |
|--------------------------------|---|
| 1) 71,7171... и 7,71717... ; | 2) $\frac{5}{9}$ и 0,5555... (одни пятерки) |
| 3) $-\frac{3}{8}$ и -0,37... ; | 4) 0,3333... и $\frac{1}{3}$. |

№ 3. Обратить обыкновенные дроби в десятичные периодические:

- | | | | | |
|---------------------|-----------------------|-----------------------|----------------------|---------------------|
| 1) $\frac{3}{11}$; | 2) $\frac{95}{333}$; | 3) $\frac{35}{111}$; | 4) $\frac{13}{15}$; | 5) $\frac{7}{12}$; |
|---------------------|-----------------------|-----------------------|----------------------|---------------------|

№ 4. Обратить чистые периодические десятичные дроби в обыкновенные:

- | | | | | |
|-------------|-------------|-------------|-------------|--------------|
| 1) 0,(72) ; | 2) 0,(42) ; | 3) 0,(918); | 4) 0,(513); | 5) 0,(7263). |
|-------------|-------------|-------------|-------------|--------------|

№5. Округлить заданные числа с наименьшей погрешностью до единиц, десятков, сотен, тысячных:

- | | | | |
|--------------|--------------|--------------|--------------|
| 1) 254,1764 | 2) 8547,1368 | 3) 541,672 | 4) -237,5156 |
| 5) -453,7285 | 6) 94,2571 | 7) 1253,4277 | 8) 4678,1251 |

№6. Вычислить с точностью до 0,1:

- | | | | | |
|-----------------------------|--------------------------------|------------------|---------------------------------------|--------------------------------|
| 1) $\sqrt{2} + \sqrt{17}$; | 2) $\sqrt{12} + \frac{2}{7}$; | 3) $5\sqrt{3}$; | 4) $\frac{367}{546} - \frac{1}{75}$; | 5) $\frac{13}{41} + 2\sqrt{5}$ |
|-----------------------------|--------------------------------|------------------|---------------------------------------|--------------------------------|

№ 7. Вычислить с точностью до 0,01:

- | | | | |
|----------------------------|------------------------|-------------------------------|-------------------------------|
| 1) $\sqrt{7} - \sqrt{3}$; | 2) $0,25 - \sqrt{6}$; | 3) $\sqrt{5} - \frac{5}{6}$; | 4) $\sqrt{6} - \frac{3}{8}$. |
|----------------------------|------------------------|-------------------------------|-------------------------------|

№ 8. Найти приближенные значения выражений, если $a \approx -3.05 \pm 0.01$ и $b \approx 3.01 \pm 0.001$;

- 1) $2a+7b$; 2) $3a-5b$; 3) $-a-4b$; 4) $4a+2b$; 5) $-3b+5b$; 6) $5a+b$.

№ 9. Найти абсолютную погрешность округления до единиц числа:

- 1) 0,8; 2) 7,6; 3) 19,3; 4) 563,8; 5) 12,46; 6) 0,761.

№ 10. Вычислите относительную погрешность числа $\pi \approx 3,14$, считая $\pi \approx 3,1416$.

№ 11. Найти: а) произведение чисел $0,456 \pm 0,0005$ и $3,35 \pm 0,005$ и относительную погрешность произведения; б) частное чисел $12,23 \pm 0,005$ и $4,54 \pm 0,005$ и относительную погрешность частного.

№ 12. Диаметр окружности равен $12,5 \pm 0,05$ (см). Вычислите длину окружности и найдите границу абсолютной погрешности, полагая $\pi = 3,14$.

№ 13. Найдите относительную погрешность: а) частного двух приближенных значений чисел $a = 19,8 \pm 0,05$ и $b = 48,4 \pm 0,03$; б) при вычислении объема куба, если приближенное значение длины ребра куба равно $3,8 \pm 0,5$; в) $\sqrt[3]{26,4}$.

1.2 Уравнения и неравенства

№ 14. Решить линейное уравнение

- | | |
|---|--|
| 1) $8x - 4(5 - x) = -3x$; | 2) $\frac{1}{5}x - \frac{3}{4} = 2\frac{1}{2} + \frac{7}{4}x$; |
| 3) $0.5 + 2x = 7 + 5x$; | 4) $3(x - 1) - 2(3 - 7x) = 2(x - 2)$; |
| 5) $-2x + 5 - 3(2 - 4x) = 12$; | 6) $3(x - 0,7) - 0,1(x + 10) - 5x = 9,5$; |
| 7) $\frac{4x-3}{2} - \frac{5-2x}{3} - \frac{3x-4}{3} = 5$; | 8) $\frac{x+4}{5} + \frac{2x-1}{3} = \frac{4-x}{4}$; |
| 9) $\frac{8x+7}{6} - \frac{5x-2}{2} = 3 - \frac{3-2x}{4}$; | 10) $\frac{2x+5}{6} - 4 = \frac{7x}{2}$. |
| 11) $2\frac{3}{7}x - 2\left(3 - \frac{1}{3}x\right) = \frac{12}{7}$ | 12) $-\frac{13}{8}x - \left(3\frac{1}{4} - \frac{1}{3}x\right) = \frac{12}{5}$ |

№ 15. Решить уравнение, содержащее неизвестное под знаком модуля

- | | |
|--------------------------|-------------------------|
| 1) $ 4x - 3 = 4x - 3$; | 2) $ x - 2 = 5 + 3x$; |
| 3) $ 7 - 2x = 2x - 7$; | 4) $ x + 3 = 4 - 3x$. |

№ 16. Решить линейное неравенство

- | | |
|---|---------------------------|
| 1) $2x - 4(3 - 5x) \geq 7x + 20$; | 2) $7x - 6 < x + 12$; |
| 3) $2\frac{4}{5}x + 3\frac{1}{4} < 0$; | 4) $1 - 2x \geq 4 - 5x$; |

- 5) $-x + 5(2x - 6) < 2(3 + x) - 7$; 6) $x - \frac{x+1}{2} > \frac{x-3}{4} - \frac{x-2}{3}$;
 7) $2,5x - 10 > 4,6 - 3,3x$; 8) $ax + 1 > 2 - 5x$;
 9) $-15 + 6(3x - 1) \leq 0$; 10) $x + \frac{x-1}{a+1} > \frac{x+1}{a+1} - ax$.

№ 17. Решить неравенство, содержащее неизвестное под знаком модуля

- 1) $|x - 2| < 3$; 2) $|x - 2| < 3$;
 3) $|x + 4| \leq 3$; 4) $|1 - x| > 10$;
 5) $|-2x + 1| > 5$; 6) $|2x - 4| \geq 6$;

№ 18. Выделить полные квадраты в следующих выражениях:

- 1) $2x^2 + 4x - 3$; 2) $\frac{1}{3}x^2 - 4x + 16$;
 3) $-2x^2 - 4x + 5$; 4) $3x^2 - 12x + 25$;
 5) $-5x^2 + 20x - 13$; 6) $4x^2 + 20x - 30$.
 7) $4x^2 - 12x + 5$; 8) $-9x^2 + 12x + 5$;

№ 19. Разложить многочлен на множители

- 1) $x^2 + 3x + 2$; 2) $x^2 - 5x + 6$; 3) $x^2 + 9x - 10$; 4) $x^2 - 7x - 8$;
 5) $2x^2 + 3x + 1$; 6) $-4x^2 + 7x - 3$; 7) $5x^2 - 4x - 1$; 8) $2x^2 - 5x + 3$.

№ 20. Составить квадратное уравнение по данным его корням

- 1) -1 и 15; 2) $-\frac{2}{3}$ и $-3\frac{1}{2}$; 3) $1+\sqrt{3}$ и $1-\sqrt{3}$; 4) 3 и (-7);
 5) 2 и 5; 6) $\sqrt{5}$ и $(-\sqrt{5})$; 7) 4 и 11; 8) 6 и 2,5.

№ 21. При каких значениях a уравнение

$$(1 - a)x^2 - 4ax + 4(1 - a) = 0$$

- а) не имеет корней;
 б) имеет не более одного корня;
 в) имеет не менее одного корня?

№ 22. При каких значениях a уравнение

$$x^2 - 4x + a = 0$$

имеет:

- а) действительные корни;
 б) действительные корни одного знака;

в) действительные корни разных знаков.

№ 23. Решить квадратное уравнение

1) $-x^2 + 3x + 18 = 0$;

2) $4x^2 - 7x + 3 = 0$;

3) $3x^2 + 24$;

4) $9x^2 + 6x + 1 = 0$;

5) $-2x^2 + 5x = 0$;

6) $16x^2 - 8x + 1 = 0$;

7) $16x^2 - 1 = 0$;

8) $x^2 + 2x + 26 = 0$;

9) $7x - 5x^2 = 0$;

10) $3x^2 - 5x - 4 = 0$;

11) $x^2 - 10x + 25 = 0$;

12) $-4x^2 - 9x + 1 = 0$.

№ 24. Решить квадратное уравнение

1) $\frac{x(x-1)}{7} - \frac{2(x^2+1)}{28} = \frac{(x-1)(x+2)}{14}$;

2) $(x^2 - 5x + 6)(x^2 + x - 2) = 0$;

3) $(x + 2)^2 = 2(x + 2) + 3$;

4) $(x^2 - 5x + 7)^2 - 2(x^2 - 5x + 7) - 3 = 0$;

5) $\frac{x-1}{x+2} = \frac{x-4}{x-3} - 1$;

6) $\frac{x^2+4x-21}{x^2-x-3} = 0$.

№ 25. Решить биквадратное уравнение

1) $x^4 - 8x^2 - 9 = 0$;

2) $4x^4 - 5x^2 - 6 = 0$;

3) $x^4 - 5x^2 + 6 = 0$;

4) $2x^4 - 10x^2 + 8 = 0$;

5) $5x^4 + 8x^2 + 3 = 0$;

6) $9x^4 - 24x^2 + 16 = 0$.

№ 26. Решить квадратное неравенство, используя метод интервалов

1) $x^2 - 4x + 3 \geq 0$;

2) $4x^2 - 1 \geq 0$;

3) $x^2 - 7x + 6 < 0$;

4) $4x^2 > 9$;

5) $x^2 - 9 > 0$;

6) $7x^2 - 4x < 0$;

7) $16x^2 - 9 \leq 0$;

8) $2x + 5x^2 \leq 0$.

№ 27. Решить квадратное неравенство, используя графический способ

1) $\frac{3}{4}x^2 - 2x > 0$;

2) $3x^2 - 7x + 4 \geq 0$;

3) $6x \geq -5x^2$;

4) $11x^2 - 5x - 6 < 0$;

5) $3x^2 - 2x - 1 > 0$;

6) $16x^4 - 1 > 0$;

7) $(x - 1)^2 \leq x^2 + 2x - 3$;

8) $\frac{4-x}{x+2} > 0$.

№ 28. Решить рациональное неравенство

1) $(x - 1)(x - 2)^3(x - 3) > 0$;

- 2) $(x-3)(x^2-3x+2) > 0$;
 3) $(5x-3)(x+2)^2(4x-10)(x-5)^3 \leq 0$;
 4) $(2-x)(x^2-4x+3)(x+1) \geq 0$;
 5) $(x-1)^3(x-2)^2(x-3)^4(x-4) < 0$;
 6) $(x+1)^2(7x-9)(x^2-9) \geq 0$.

№ 29. Решить дробно-рациональное неравенство

- 1) $\frac{(x-2)(3x+8)}{(5+x)} < 0$; 2) $\frac{(x+2)(x-4)}{(x+3)x} \leq 0$;
 3) $\frac{x^2+x}{7x-3} > 0$; 4) $\frac{(2x-5)(x+1)(x-4)^2}{(x+3)^3} \geq 0$;
 5) $\frac{x^2-4}{x^2-1} \geq 0$; 6) $\frac{-2x^2+5x-3}{x+4} < 0$.

№ 30. Решить иррациональное уравнение

- 1) $\sqrt{x-5} = 6$ 2) $\sqrt{x+3} = 7$
 3) $\sqrt[3]{x-5} = -6$ 4) $\sqrt[3]{x+2} = -7$
 5) $\sqrt{x-5} = 1-x$; 6) $\sqrt{x+1} + x = 11$;
 7) $\sqrt{x-10} + \sqrt{3-x} = 5$; 8) $(x^2+4x)\sqrt{x-3} = 0$;
 9) $\sqrt{x-5} = 5-x$; 10) $\sqrt{x} + 2 = \sqrt{x+4}$;
 11) $\sqrt{4-x} + \sqrt{x} = 4$; 12) $10\sqrt{x+3} + 17 = \frac{6}{\sqrt{x+3}}$;
 13) $\sqrt{5x-6} - \sqrt{x-2} = 2$; 14) $\frac{16+9\sqrt{x}}{25x} = 1$.

№ 31. Решить иррациональное неравенство

- 1) $\sqrt{x-2} < 3$ 2) $\sqrt{x+2} < 5$
 3) $\sqrt{6-2x} \geq 2$ 4) $\sqrt{x-7} \leq 4$
 5) $\sqrt{x+78} < x+6$; 6) $\sqrt{5-x^2} > x-1$;
 7) $\sqrt{x^2+2x-3} < 1$; 8) $x > \sqrt{24-5x}$.
 9) $(x^2-1)\sqrt{x^2-x-2} \geq 0$; 10) $\sqrt{5x-2} < 6x-1$;

$$11) 3 - x > 3\sqrt{1 - x^2};$$

$$12) \sqrt{(3x - 2)(2 - x)} > 1.$$

1.3 Определители второго и третьего порядка. Решение систем методом Крамера.

№ 32. Вычислить определитель 2-го порядка

$$1) \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 8 \end{vmatrix}; \quad 2) \begin{vmatrix} -3 & 4 \\ 2 & 5 \end{vmatrix}; \quad 3) \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 5 & 4 \end{vmatrix}; \quad 4) \begin{vmatrix} -5 & 4 \\ -1 & 8 \end{vmatrix}; \quad 5) \begin{vmatrix} 13 & 7 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}; \quad 6) \begin{vmatrix} 0 & 4 \\ 3 & -8 \end{vmatrix};$$

$$7) \begin{vmatrix} 5 & 0 \\ 1 & -3 \end{vmatrix}; \quad 8) \begin{vmatrix} -3 & -7 \\ 1 & 4 \end{vmatrix}; \quad 9) \begin{vmatrix} 0 & 6 \\ 5 & 7 \end{vmatrix}; \quad 10) \begin{vmatrix} 5 & 11 \\ -1 & 6 \end{vmatrix}; \quad 11) \begin{vmatrix} -2 & 3 \\ 10 & 4 \end{vmatrix}; \quad 12) \begin{vmatrix} 6 & 0 \\ 1 & 8 \end{vmatrix}.$$

№ 33. Вычислить определитель 3-го порядка.

$$1) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 3 & 2 & 1 \\ 5 & 3 & 6 \end{vmatrix}; \quad 2) \begin{vmatrix} 5 & 4 & 0 \\ 3 & 2 & -3 \\ -2 & 3 & 1 \end{vmatrix}; \quad 3) \begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 5 \\ -1 & 3 & 1 \end{vmatrix}; \quad 4) \begin{vmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 0 & 1 \\ 3 & 5 & 4 \end{vmatrix};$$

$$5) \begin{vmatrix} 1 & 0 & 4 \\ 2 & -1 & 1 \\ 6 & 3 & -3 \end{vmatrix}; \quad 6) \begin{vmatrix} -1 & 4 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 7 & 3 & 1 \end{vmatrix}; \quad 7) \begin{vmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 2 & 5 & 0 \\ -1 & 3 & 1 \end{vmatrix}; \quad 8) \begin{vmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \\ 4 & 5 & 7 \end{vmatrix}.$$

№ 34. Решить систему двух линейных уравнений с двумя неизвестными методом Крамера:

$$1) \begin{cases} x - 2y = 11; \\ 2x - y = 5; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 5x_1 + 11x_2 = 20; \\ -4x_1 + 6x_2 = -1; \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} 3x - 2y = 16; \\ 5x + y = -5; \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} 4x + y = 8; \\ -5x + 6y = 13; \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} -2x - 4y = 10; \\ 3x + 5y = 12; \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} 100x - 2y + 96; \\ -3x + 57y = 111; \end{cases}$$

$$7) \begin{cases} -x + 1.5y = 3; \\ 2x - 3y = -6; \end{cases}$$

$$8) \begin{cases} 5x_2 - 4x_1 = -3; \\ 6x_1 + 2x_2 = 10. \end{cases}$$

№ 35. Решить систему двух линейных уравнений с двумя неизвестными методом Крамера:

$$1) \begin{cases} \frac{2x-y}{3} - \frac{3x-2}{4} = x + y \\ 5x + 4y = -18 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} \frac{1-2y}{5} - \frac{x}{5} - 2y = 4 \\ 2(1-y) - x = 1 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} \frac{x-3y}{2} + \frac{x-3}{3} = 4x - y \\ -x + 6y = 10 \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} 3x + 2y = 7 \\ \frac{2x}{3} + \frac{y-x}{2} - 3 = x + 1 \end{cases}$$

№36. Решить систему трех линейных уравнений с тремя неизвестными методом Крамера:

$$1) \begin{cases} 2x + 3y - z = 5 \\ x - 4y + 3z = 3; \\ 3x - y + 2z = 1 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x - y + 2z = 5 \\ 3x + 4y + 3z = 7; \\ -x + 2y + 2z = 3 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} 3x - y + 2z = 4 \\ 2x + 3z = 5 \\ -x + y - 2z = 1 \end{cases};$$

$$4) \begin{cases} 4x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 6 \\ 2x_1 - 5x_2 + x_3 = 3; \\ -x_1 + 3x_2 + x_3 = 2 \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 3 \\ 5x_2 + 4x_3 = 8 \\ -x_1 + 2x_2 + x_3 = 2 \end{cases};$$

$$6) \begin{cases} 2x_1 - 4x_2 + x_3 = 6 \\ 4x_1 + x_2 + 2x_3 = 3. \\ x_1 + 3x_2 = -1 \end{cases}$$

Раздел 2. ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ И ФУНКЦИИ

2.1 Числовая функция. Способы задания. Свойства числовой функции.

№37. Найти область определения функции.

$$1) y = \frac{3}{x^2-4};$$

$$2) y = \sqrt{\frac{x-2}{5-2x}};$$

$$3) y = x^2 - 2x + \sqrt{2x-3};$$

$$4) y = \frac{2x}{x-3};$$

$$5) y = 3x + 2 - \frac{4x}{5-x};$$

$$6) y = \ln(4x-9);$$

$$7) y = \sqrt{4x^2-1};$$

$$8) y = \ln(x^2-9);$$

$$9) y = \frac{\sqrt{x}}{2x-5};$$

$$10) y = \log_5(3x-7);$$

$$11) y = \frac{5x-4}{x^2-7x+6};$$

$$12) y = \log_4\left(\frac{x-7}{5x+4}\right);$$

$$13) y = \sqrt{\frac{1}{x^2-4}};$$

$$14) y = \frac{2}{3x+5} - \sqrt{2x-7};$$

$$15) y = \sqrt{x-2} + 2\sqrt{5-2x};$$

$$16) y = \ln x + \frac{4}{x-5}.$$

№ 38. Исследовать на четность и нечетность функции

$$1) f(x) = \frac{x+4}{x^2-1};$$

$$2) f(x) = -x^5 + 3x^2;$$

$$3) f(x) = \sqrt{x-5};$$

$$4) f(x) = -4x^3 + 12x;$$

$$5) f(x) = 2x^2 - 7x + 3;$$

$$6) f(x) = 3x^4 - 5x^2 + 7.$$

№ 39. Используя график функции $y = x^2$, построить графики данных функций:

- | | |
|------------------------------|--------------------------|
| 1) $y = x^2 + 3$; | 2) $y = -x^2 + 1$; |
| 3) $y = (x - 3)^2$; | 4) $y = x^2 - 2$; |
| 5) $y = (x + 5)^2 - 1$; | 6) $y = (x - 2)^3$; |
| 7) $y = x^2 + 6x + 5$; | 8) $y = (x - 4)^2 + 3$; |
| 9) $y = -2(x + 1.5)^2 + 1$; | 10) $y = x^2 - 4x + 5$; |
| 11) $y = x^2 - 4 $; | 12) $y = 3x^2 - 1 $; |
| 13) $y = -x^2 + 2 $; | 14) $y = -2 - x^2 $. |

№ 40. Используя график функции $y = \sqrt{x}$, построить графики данных функций:

- | | |
|-----------------------------|-----------------------------|
| 1) $y = \sqrt{x + 4}$; | 2) $y = -\sqrt{x + 3}$; |
| 3) $y = \sqrt{x - 3} + 1$; | 4) $y = \sqrt{x} - 2$; |
| 5) $y = \sqrt{x} + 4$; | 6) $y = \sqrt{x + 2} - 3$. |

№ 41. Используя график функции $y = \frac{1}{x}$, построить графики данных функций:

- | | |
|----------------------------|------------------------------|
| 1) $y = \frac{1}{x-3}$; | 2) $y = \frac{1}{x+4}$; |
| 3) $y = \frac{3}{x-2}$; | 4) $y = \frac{4}{x+3} + 1$; |
| 5) $y = \frac{x-1}{x+3}$; | 6) $y = \frac{x+2}{x-1}$. |

№ 42. Используя график функции $y = x^3$, построить графики данных функций:

- | | |
|--------------------------|--------------------------|
| 1) $y = x^3 + 2$; | 2) $y = -x^3 + 1$; |
| 3) $y = (x - 2)^3$; | 4) $y = (x + 3)^3$; |
| 5) $y = (x + 1)^3 - 3$; | 6) $y = (x - 3)^3 + 1$. |

№ 43. Функция $f(x)$ задана графическим (см. рисунок 1). Исследуя функцию укажите:

- а) область определения;
- б) множество значений;
- в) промежутки монотонности (промежутки возрастания и убывания);
- г) нули функции;
- д) промежутки знакопостоянства;

- е) является ли эта функция четной, нечетной или общего вида;
- ж) точки экстремума, экстремумы функции;
- з) наибольшие и наименьшие значения функции;
- и) значения x , при которых значение функции равно 1;
- к) чему равны $f(3), f(-1), f(5)$ (по графику);
- л) при каких значениях a уравнение $f(x) = a$ не имеет корней; имеет 1 корень; имеет 2 корня?

2.2 Предел функции в точки

№44. Вычислить предел функции:

- | | |
|--|---|
| 1) $\lim_{x \rightarrow 2} (5x - 6)$; | 2) $\lim_{x \rightarrow 4} (x^3 + 10x - 5)$; |
| 3) $\lim_{x \rightarrow 4} (7x + 3)$; | 4) $\lim_{x \rightarrow -2} (-x^3 + 6x^2 - x + 13)$; |
| 5) $\lim_{x \rightarrow 1} (2x^2 + 5x^2 - 6x + 3)$; | 6) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 4x + 1}{5 - x}$; |
| 7) $\lim_{x \rightarrow 3} (2x^2 - 3x + 10)$; | 8) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 4x + 5}{4 + x}$; |
| 9) $\lim_{x \rightarrow -1} (2,5x^3 + 3x^2 - x)$; | 10) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 3x - 10}{6 + 2x}$. |

№ 45. Вычислить предел функции:

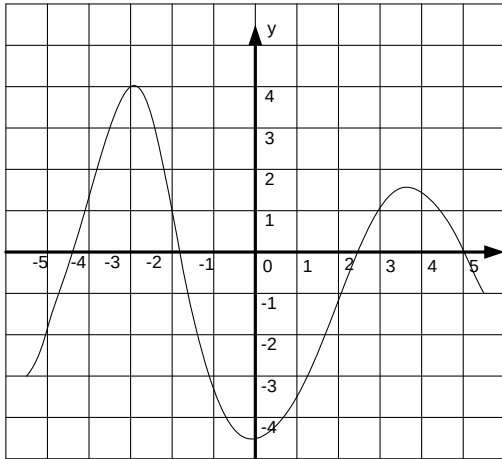
- | | |
|---|--|
| 1) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1}$; | 2) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x - 5}{x^2 - 25}$; |
| 3) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$; | 4) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{3 + x}{x^2 - 9}$; |
| 5) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2 - x}{x^2 - 4}$; | 6) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^2 - 4x + 1}{x^2 - 1}$; |
| 7) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - 4x + 1}{x - 1}$; | 8) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 9}$; |
| 9) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 16}{4 - x}$; | 10) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{8 - x^3}{x^2 - 4}$. |

№ 46. Вычислить предел функции:

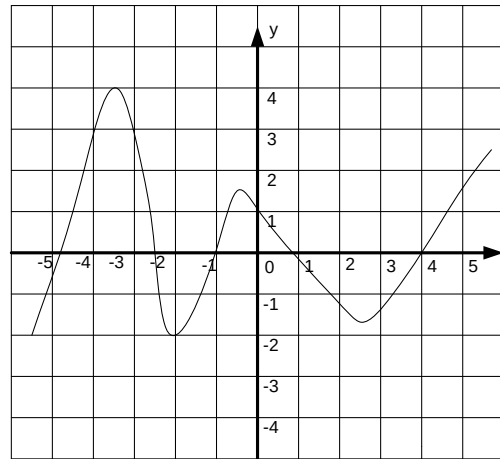
- | | |
|---|---|
| 1) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 2x}{6 - 4x^3}$; | 2) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x + 4x^3}{5x + x^2 - 2}$; |
| 3) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + x - 1}{x^3 + 4x}$; | 4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 4x + 3}{6x - 5}$; |
| 5) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^4 + 3x + 4}{2x^3 - 5}$; | 6) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 4x + 3}{4x^3 + 6x^2 - 5}$; |

$$7) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 5x^4}{3x^4 + x - 2};$$

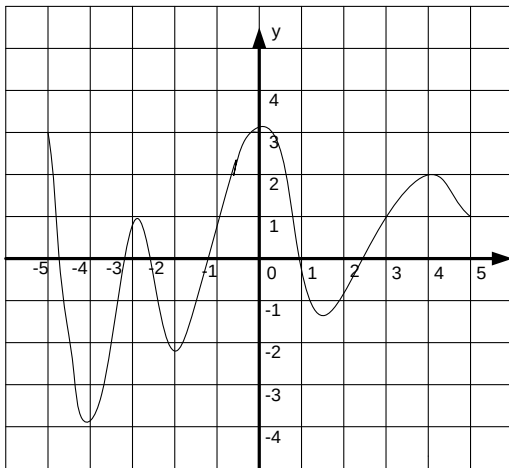
$$8) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2x^2 + 5x}}{6x + 7}.$$



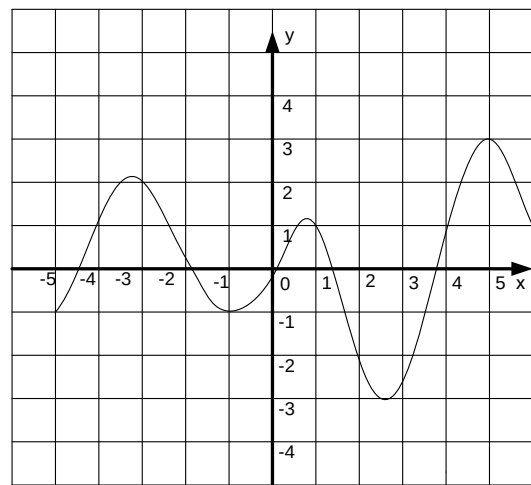
А)



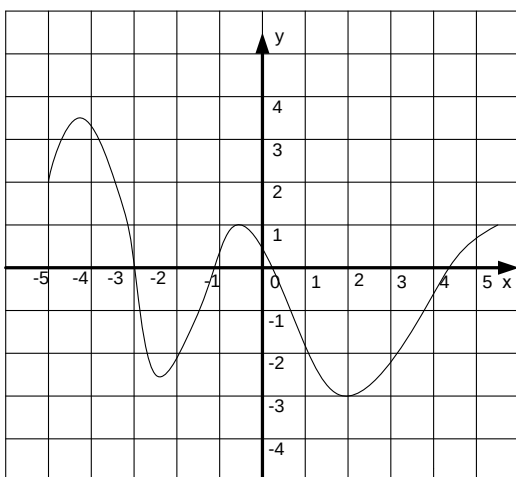
Б)



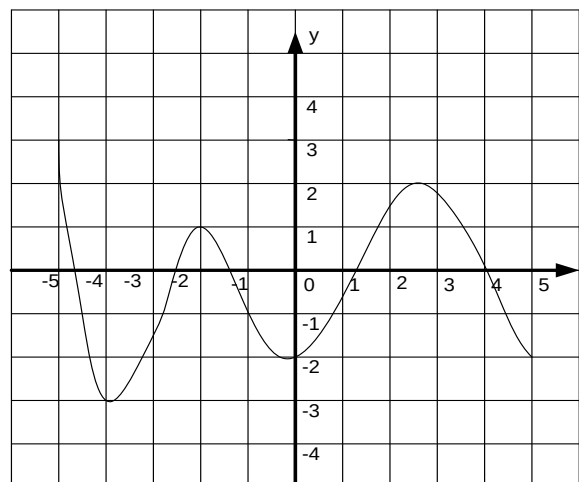
В)



Г)



Д)



Е)

Рисунок 1- Графики функций

№ 47. Вычислите предел функции:

1) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{3x}\right)^x$;

2) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{5}{4x}\right)^x$;

3) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 4x)^{\frac{3}{5x}}$;

4) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{-x}$;

5) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x}{2x+1}\right)^x$;

6) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+3}{2x+1}\right)^{x+\frac{1}{2}}$;

7) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + \frac{2x}{3}\right)^{\frac{2}{3x}}$;

8) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + \frac{5}{3x}\right)^{2x}$;

9) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{3}{x}\right)^x$;

10) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{3}{x}\right)^{6x}$.

РАЗДЕЛ 3. ПОКАЗАТЕЛЬНАЯ, ЛОГАРИФМИЧЕСКАЯ И СТЕПЕННАЯ ФУНКЦИИ

3.1 Степень и ее свойства

№ 48. Записать в виде степени с основанием a :

1) $(a^5)^6$;

5) $\frac{a^8 \cdot (a^4)^4}{(a^3)^4}$;

9) $\left((a^{-3})^{\frac{4}{6}}\right)^2$;

2) $(a^{-2})^6 \cdot a^8$;

6) $a^{\frac{7}{3}} \cdot \left(a^{\frac{1}{6}}\right)^{-2}$;

10) $\left(a^{\frac{3}{7}}\right)^{-7}$;

3) $a^7 \cdot a^5 \cdot (a^2)^4 \cdot a^{-3}$;

7) $(a^{-4})^2 \cdot \frac{1}{a^3}$;

11) $\left((a^{-3})^4 \cdot \frac{1}{a^{-3}}\right)^2$;

4) $(a^7)^5 : (a^3)^4$;

8) $\frac{1}{a^{-4}} : (a^2)^{-3}$;

12) $\frac{(a^7)^5 : (a^3)^4}{\frac{1}{a^3}}$.

№ 49. Упростить выражение

1) $\frac{y^{\frac{3}{4}} \cdot y^{\frac{7}{8}}}{y^{-\frac{3}{8}}}$;

2) $\frac{x^{\frac{3}{2}} \cdot x^{-\frac{1}{6}}}{x^{\frac{2}{3}}}$;

3) $\frac{a^{\frac{5}{6}} \cdot a^{-\frac{2}{3}}}{a^{-\frac{1}{2}}}$;

4) $\frac{c^{-\frac{2}{3}} \cdot c^{\frac{5}{2}}}{c^{-\frac{1}{6}}}$;

5) $\frac{m^{\frac{3}{21}} \cdot m^{-\frac{1}{3}}}{m^{-\frac{4}{7}}}$;

6) $\frac{p^{\frac{5}{12}} \cdot p^{-\frac{1}{4}}}{p^{-\frac{4}{3}}}$.

№ 50. Данные выражения представить в виде степени с одинаковыми основаниями:

1) 32 и 64 ;

2) -1000 и 100 ;

3) 8^5 и 16^8 ;

4) -27 и -243 ;

5) 4^{100} и 32^{50} ;

6) 81^{75} и 9^{31} ;

7) $\left(\frac{1}{9}\right)^5$ и $\left(\frac{1}{27}\right)^4$;

8) $\left(\frac{1}{8}\right)^{11}$ и $\left(\frac{1}{128}\right)^7$;

9) $\left(\frac{1}{10000}\right)^{-3}$ и $\left(\frac{1}{100}\right)^6$;

$$10) \sqrt[5]{27} \text{ и } \sqrt[4]{81}; \quad 11) \sqrt[7]{25^6} \text{ и } \sqrt[4]{125^3}; \quad 12) \sqrt[7]{\left(\frac{1}{36}\right)^4} \text{ и } \sqrt[4]{6^3}.$$

№ 51. Вычислить

$$\begin{array}{lll} 1) (0,25)^7 \cdot 4^7; & 2) (-0,2)^5 \cdot 5^5; & 3) \frac{2^8 \cdot 3^8}{6^5}; \\ 4) \frac{15^2 \cdot 3^5}{12^4}; & 5) \frac{2^8 \cdot (7^2)^4}{14^7}; & 6) \frac{6^{12} \cdot 4^{12}}{3^{12} \cdot 8^{12}}; \\ 7) \left(\frac{35}{48}\right)^3 \cdot \left(\frac{6}{7}\right)^3 \cdot \left(1\frac{3}{5}\right)^2; & 8) \left(\frac{14}{15}\right)^4 \cdot \left(\frac{3}{7}\right)^4 \cdot (2,5)^3; & 9) \left(\frac{5^3}{6^2}\right)^4 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^5 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^7. \end{array}$$

№ 52. Вычислить

$$\begin{array}{lll} 1) 2^{1-2\sqrt{2}} \cdot 4^{\sqrt{2}}; & 2) 3^{2-3\sqrt{3}} \cdot 27^{\sqrt{3}}; & 3) 9^{1+\sqrt{3}} \cdot 3^{1-\sqrt{3}} \cdot 3^{-2-\sqrt{3}}; \\ 4) 4^{3+\sqrt{2}} \cdot 2^{1-\sqrt{2}} \cdot 2^{-4-\sqrt{2}}; & 5) (2^{2\sqrt{3}} - 4^{\sqrt{3}-1}) \cdot 2^{-2\sqrt{3}}; & 6) \frac{6^{3+\sqrt{5}}}{2^{2+\sqrt{5}} \cdot 3^{1+\sqrt{5}}}. \end{array}$$

№ 53. Выяснить какое из чисел больше:

$$\begin{array}{lll} 1) 0,1^{\frac{1}{8}} \text{ или } 0,1^{\frac{8}{9}}; & 2) 5^{-\frac{2}{3}} \text{ или } 5^{-\frac{3}{4}}; & 3) 3^{\sqrt{71}} \text{ или } 3^{\sqrt{69}}; \\ 4) 4^{-\sqrt{3}} \text{ или } 4^{-\sqrt{2}}; & 5) \left(\frac{1}{2}\right)^{1,4} \text{ или } \left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt{2}}; & 6) \left(\frac{1}{9}\right)^{\pi} \text{ или } \left(\frac{1}{9}\right)^{3,14}. \end{array}$$

№ 54. Сравнить числа с единицей:

$$1) 2^{-2}; \quad 2) (0,013)^{-1}; \quad 3) 27^{1,5}; \quad 4) 2^{-\sqrt{5}}; \quad 5) \left(\frac{2}{7}\right)^5; \quad 6) \left(\frac{\pi}{4}\right)^{\sqrt{5}-2}.$$

№ 55. Упростить выражения:

$$\begin{array}{l} 1) (-2a)^6 - (-8a^3)^2 - [-(2a)^2]^3 - [2 \cdot (-a)^3]^2; \\ 2) (-2a)^{10} - (-13a^5)^2 - [-(2a)^2]^5 - [2 \cdot (-a)^3]^2; \\ 3) \left(5 - y^{\frac{1}{2}}\right)^2 + 10y^{\frac{1}{2}}; \\ 4) \left[\left(\frac{a^2b}{cd^3}\right)^3 \cdot \left(\frac{ac^4}{b^2d^3}\right)^2\right] \div \left[\left(\frac{a^2b^2}{cd^3}\right)^4 \cdot \left(\frac{c^2}{b^3d}\right)^3\right]; \\ 5) \left[\left(\frac{mnp}{a^2b}\right)^4 \div \left(\frac{m^2n^2}{a^3b^2}\right)^2\right] \cdot \left[\left(\frac{a^3b^4c}{mp^3}\right)^6 \div \left(\frac{a^5b^8c^2}{m^2d^5}\right)^3\right]; \\ 6) \left(x^{\frac{1}{2}} - 2\right)^2 - \left(1 + 2x^{\frac{1}{4}}\right)\left(1 - 2x^{\frac{1}{4}}\right). \end{array}$$

3.2 Логарифм и его свойства.

№ 56. Вычислить

- | | |
|---|---|
| 1) $\lg 5 + \lg 2$; | 2) $\lg 8 + \lg 125$; |
| 3) $\log_3 6 + \log_3 \frac{3}{2}$; | 4) $\log_{12} 2 + \log_{12} 72$; |
| 5) $\log_2 15 - \log_2 \frac{15}{16}$; | 6) $\log_{\frac{1}{3}} 54 - \log_{\frac{1}{3}} 2$; |
| 7) $\log_5 75 - \log_5 3$; | 8) $\log_8 \frac{1}{16} - \log_8 32$; |
| 9) $\log_{13} \sqrt[5]{169}$; | 10) $\log_{11} \sqrt[3]{121}$; |
| 11) $\log_2 \frac{1}{\sqrt[6]{128}}$; | 12) $\log_{\frac{1}{2}} \sqrt[4]{243}$; |
| 13) $\log_8 12 - \log_8 15 + \log_8 20$; | 14) $\log_9 15 + \log_9 18 - \log_9 10$; |
| 15) $\frac{1}{2} \log_7 36 - \log_7 14 - 3 \log_7 \sqrt[3]{21}$; | 16) $2 \log_{\frac{1}{3}} 6 - \frac{1}{2} \log_{\frac{1}{3}} 400 + 3 \log_{\frac{1}{3}} \sqrt[3]{45}$; |
| 17) $4 \log_{\frac{1}{2}} 3 - \frac{2}{3} \log_{\frac{1}{2}} 27 - 2 \log_{\frac{1}{2}} 6$; | 18) $\frac{2}{3} \lg 0,001 + \lg \sqrt[3]{1000} - \frac{2}{5} \lg \sqrt{10000}$. |

№ 57. Вычислить

- | | |
|---|---|
| 1) $\frac{\log_3 8}{\log_3 16}$; | 2) $\frac{\log_5 27}{\log_5 9}$; |
| 3) $\frac{\log_5 36 - \log_5 12}{\log_5 9}$; | 4) $\frac{\log_7 8}{\log_7 15 - \log_7 30}$. |

№ 58. Вычислить

- | | |
|---|--|
| 1) $\frac{\log_2 24 - \frac{1}{2} \log_2 72}{\log_3 18 - \frac{1}{3} \log_3 72}$; | 2) $\frac{\log_2 4 + \log_2 \sqrt{10}}{\log_2 20 + 3 \log_2 2}$; |
| 3) $\frac{\log_7 14 - \frac{1}{3} \log_7 56}{\log_6 30 - \frac{1}{2} \log_6 150}$; | 4) $\frac{3 \log_7 2 - \frac{1}{2} \log_7 64}{4 \log_5 2 + \frac{1}{3} \log_5 27}$. |

№ 59. Выразить данный логарифм через логарифм с основание 2:

- | | |
|-----------------------------|------------------------------------|
| 1) $\log_4 7$; | 2) $\log_{\sqrt{2}} 15$; |
| 3) $\log_{\frac{1}{2}} 5$; | 4) $\log_8 0,1$; |
| 5) $\log_{\sqrt{8}} 6$; | 6) $\log_{\frac{1}{4}} \sqrt{3}$; |
| 7) $\log_{128} 9$; | 8) $\log_{\sqrt[3]{256}} 115$. |

№ 60. Вычислить

- | | | |
|-----------------------------|--|--|
| 1) $\log_5 625$; | 5) $\log_{\frac{1}{5}} 125$; | 9) $\log_{\frac{1}{3}} 81$; |
| 2) $\log_6 216$; | 6) $\log_{\frac{1}{3}} 27$; | 10) $\log_3 \frac{1}{243}$; |
| 3) $\log_4 \frac{1}{128}$; | 7) $\log_{\frac{1}{4}} \frac{1}{64}$; | 11) $\log_{\sqrt{27}} \sqrt[7]{\frac{1}{243}}$ |
| 4) $\log_5 \frac{1}{125}$; | 8) $\log_{\frac{1}{6}} 36$; | 12) $\log_{\sqrt{16}} (8)^{-1}$ |

№ 61. Вычислить

- 1) $\log_{32} 64$; 2) $\log_{27} 243$; 3) $\log_{81} 27$; 4) $\log_{128} 8$.

№ 62. Вычислить

- 1) $\log_{\sqrt{3}} \frac{1}{3^3 \sqrt{3}}$; 2) $\log_{\sqrt{5}} \frac{1}{25^4 \sqrt{5}}$; 3) $\log_{\frac{1}{\sqrt{5}}} 25^3 \sqrt{5}$; 4) $\log_{\frac{1}{\sqrt{6}}} 6^5 \sqrt{36}$.

№ 63. Вычислить

- 1) $\lg 0,01$; 2) $\lg \frac{1}{1000}$; 3) $\lg 10^3 \sqrt{100}$; 4) $\lg 100^5 \sqrt{10}$.

№ 64. Вычислить

- | | | |
|--|--|-------------------------------|
| 1) $3 \log_3 18$; | 5) $3^{5 \log_3 2}$; | 9) $25^{\log_5 3}$; |
| 2) $5^{\log_5 16}$; | 6) $\left(\frac{1}{2}\right)^{6 \log_{\frac{1}{2}} 2}$; | 10) $0,04^{\log_{0,2} 5}$; |
| 3) $10^{\lg 2}$; | 7) $0,3^{2 \log_{0,3} 6}$; | 11) $\sqrt{5}^{2 \log_5 3}$; |
| 4) $\left(\frac{1}{4}\right)^{\log_{\frac{1}{4}} 6}$; | 8) $7^{\frac{1}{2} \log_7 9}$; | 12) $5^{-2 \log_5 16}$ |

№ 65. Вычислить

$$0,1^{-\lg 0,3} ; \quad 10^{-\lg 4} ; \quad 5^{-\log_5 3} ; \quad \left(\frac{1}{6}\right)^{-\log_6 4} ; \quad 8^{\log_{\frac{1}{8}} \sqrt{3}} ; \quad \left(\frac{1}{9}\right)^{\log_{81} 2} .$$

№ 66. Зная, что $\lg 7,08 \approx 0,850$, найти: а) $\lg 708$; б) $\lg 0,708$; в) $\lg \frac{1}{70,8}$.

№ 67. Зная, что $\lg 6,42 \approx 0,808$, найти: а) $\lg 0,0642$; б) $\lg 6420$; в) $\lg \frac{1}{642^2}$.

№ 68. Найдите приближенное значение $\lg 48$, зная, что $\lg 2 \approx 0,301$ и $\lg 3 \approx 0,477$.

№ 69. Найти приближенное значение $\lg 0,54$, зная, что $\lg 2 \approx 0,301$ и $\lg 3 \approx 0,477$.

3.3 Степенная, показательная и логарифмическая функции

■ Степенная функция

№ 70. Используя график функции $y = x^{\frac{1}{2}}$. Найдите приближенные значения корней: $\sqrt{2}$; $\sqrt{3}$; $\sqrt{5}$.

№ 71. Изобразить схематически график функции:

- | | | |
|---------------------|---------------------|----------------------|
| 1) $y = x^{17}$; | 2) $y = x^{12}$; | 3) $y = x^{-4}$; |
| 4) $y = x^{0,35}$; | 5) $y = x^{-1,7}$; | 6) $y = x^{5-\pi}$. |

№ 72. Найти область определения и множество значений функции:

- | | | |
|---------------------------|----------------------------|---------------------------|
| 1) $y = x^{22}$; | 2) $y = x^{15}$; | 3) $y = x^{-7}$; |
| 4) $y = x^{-18}$; | 5) $y = x^{\frac{1}{7}}$; | 6) $y = x^{-2\sqrt{2}}$; |
| 7) $y = x^{9-\sqrt{7}}$; | 8) $y = \sqrt[7]{x}$; | 9) $y = \sqrt[8]{x}$. |

№ 73. Найти область определения функции:

- | | |
|----------------------------------|-----------------------------------|
| 1) $y = (x - 2)^{\frac{1}{6}}$; | 2) $y = (3 - x)^{\frac{1}{5}}$; |
| 3) $y = \sqrt[6]{x + 2}$; | 4) $y = \sqrt[5]{(x^2 - 4)^3}$; |
| 5) $y = (x^3 - x)^{-2}$; | 6) $y = (x^3 - 3x^2 + 2x)^{-7}$. |

№ 74. Изобразить схематически график функции $y = f(x)$. Найти её область определения и множество значений, интервалы знакопостоянства, промежутки возрастания (убывания):

- | | | | |
|----------------------------|----------------------------|-------------------------|-------------------------|
| 1) $y = \sqrt{x - 1}$; | 2) $y = -2\sqrt{x}$; | 3) $y = \sqrt{x} - 1$; | 4) $y = \sqrt{x + 2}$; |
| 5) $y = \sqrt[3]{x - 2}$; | 6) $y = \sqrt[3]{x} + 1$; | 7) $y = (1 - x)^7$; | 8) $y = x^{-5} + 2$. |

■ Показательная функция

№ 75. Построить график функции, определить область определения и множество значений функции:

1) $y = 2^x$;

2) $y = (\sqrt[3]{3})^x$;

3) $y = 3^{x-1}$;

4) $y = 3^x$;

5) $y = 2^{3x-4}$;

6) $y = (\sqrt{2})^x$;

7) $y = 4^{-x}$;

8) $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x+1}$;

9) $y = \left(3\frac{1}{3}\right)^{-x}$;

10) $y = 3^{-x+2}$;

11) $y = 4^{2x-3}$;

12) $y = 4^{\frac{x}{2}}$;

№ 76. Используя график функции $y = 3^x$, найти приближенно:

1) $\sqrt{3}$;

2) $3\frac{2}{3}$;

3) $\frac{1}{\sqrt{3}}$;

4) $3^{-1.5}$;

№ 77. Решить графически уравнения:

1) $2^x = 2 - x$;

2) $3^x = 2 - x$;

3) $3^x = 3 - x$;

4) $2^x = 3 - x^2$;

№ 78. Используя графики функций, решить неравенство:

1) $3^x < 1$;

2) $2^x > 1$;

3) $4^x > 4$;

4) $4^x < \frac{1}{4}$;

■ Логарифмическая функция

№ 79. Найти область определения функции

1) $y = \lg(3x - 2)$;

2) $y = \log_2(7 - 5x)$;

3) $y = \log_4(3 + 7x)$;

4) $y = \log_7(4 - x^2)$;

5) $y = \log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 2)$;

6) $y = \log_{\frac{1}{3}}(x^2 + 4x - 5)$;

7) $y = \log_5(x^2 - 4x + 3)$;

8) $y = \log_6 \frac{3x+2}{1-x}$;

№ 80. Построить график функции, определить область определения и множество значений функций:

1) $y = \log_2(x)$;

2) $y = \log_4(x)$;

$$3) y = \log_{\frac{1}{2}}(x);$$

$$5) y = \log_3(x);$$

$$7) y = \log_{\frac{1}{3}}(x);$$

$$4) y = \log_{\frac{1}{4}}(x);$$

$$6) y = \log_{\frac{2}{3}}(x);$$

$$8) y = \log_5(x);$$

№ 81. По графику функции

$y = \log_2(x)$ (см.рис.2)

1) найти приближенные значения

$\log_2 3$; $\log_2 0,5$; $\log_2 5$; $\log_2 7$;

2) сравнить $\log_2 5,5$ и $\log_2 7,5$;

$\log_2 0,8$ и $\log_2 0,2$

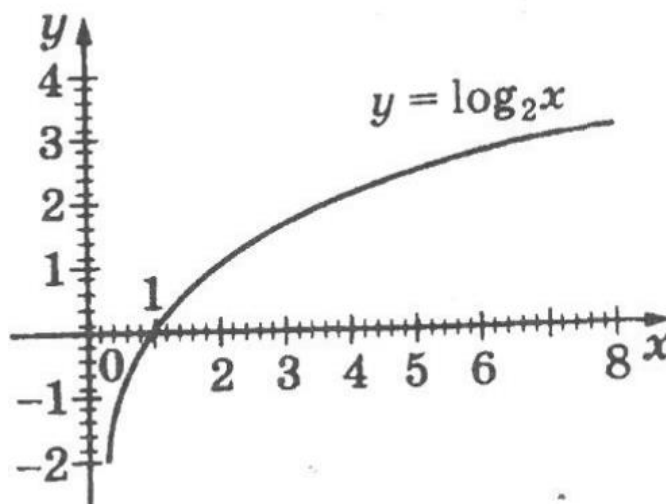


Рисунок 2

№ 82. Изобразить графики функций:

$$1) y = \log_3 x;$$

$$3) y = \log_{\frac{1}{3}} x;$$

$$5) y = \log_3(x - 1);$$

$$7) y = \log_{\frac{1}{3}}(x + 1);$$

$$9) y = \log_2|x - 2|;$$

$$2) y = 1 + \log_3 x;$$

$$4) y = \log_{\frac{1}{3}} x - 1;$$

$$6) y = 1 + \log_3(x - 1);$$

$$8) y = \log_{\frac{1}{3}}(x + 1) - 1;$$

$$10) y = \log_{\frac{1}{2}}|5 + x|;$$

№ 83. Решить графически неравенство:

$$1) \log_3 x \geq 3;$$

$$3) \log_{\frac{1}{2}} x \leq 2;$$

$$5) \log_5 x > -1;$$

$$2) \log_2 x < 1;$$

$$4) \log_{\frac{1}{2}} x > 1;$$

$$6) \log_4 x \geq 2;$$

№ 84. Построить график функции:

$$1) y = \log_4(2x - 5);$$

$$2) y = \log_{\frac{1}{4}}(3x + 1);$$

$$3) y = \log_5(6 - x);$$

$$5) y = \log_{\frac{1}{3}}(4x + 1);$$

$$4) y = \log_2(2x + 3);$$

$$6) y = \log_{\frac{1}{4}}(3 - x).$$

3.4 Показательные и логарифмические уравнения и неравенства

№ 85. Решить показательное уравнение

$$1) 3^x = 1;$$

$$2) 4^{x-1} = 1;$$

$$3) 3^{x^2+x-12} = 1;$$

$$4) 64^{2x} = \frac{1}{4};$$

$$5) 3^{x^2} = 9^8;$$

$$6) 8^{7x-5} = 128^{-x-2};$$

$$7) 5^{2x} = 1;$$

$$8) 5^{3x+6} = 125;$$

$$9) 3^{3x-2} = 1;$$

$$10) 100^{x^2-1} = 10^{1-5x};$$

$$11) \left(2\frac{1}{3}\right)^{-x^2-2x+3} = 1;$$

$$12) 8^{-2} \cdot 2^x = 4;$$

$$13) 2^{x^2+7} \cdot 2^{2-2x^2} = 1;$$

$$14) 225^{2x^2-24} = 15;$$

$$15) 27^x = \frac{1}{3};$$

$$16) 3^{x+\frac{1}{2}} = 1;$$

№ 86. Решить уравнение

$$1) 3^{2x-1} + 3^{2x} = 108;$$

$$2) 2^{3x+2} - 2^{3x-2} = 30;$$

$$3) 2^{x+1} + 2^{x-1} + 2^x = 28;$$

$$4) 3^{x-1} - 3^x + 3^{x+1} = 63;$$

$$5) 7^x - 7^{x-1} = 6;$$

$$6) 5^{3x} + 3 \cdot 5^{x-2} = 140;$$

$$7) 2^{2x-1} + 2^{2x-2} + 2^{2x-3} = 448;$$

$$8) 3^{x+2} + 3^{x-1} = 28;$$

$$9) 2^{x+2} + 0,5^{-x-1} + 4 \cdot 2^{x+1} = 28$$

$$10) 7^{x+2} + 4 \cdot 7^{x-1} = 347$$

$$11) 3^{x+2} + 4 \cdot 3^{x+1} = 21$$

$$12) 5^{2x+1} - 3 \cdot 5^{2x-1} = 550$$

№ 87. Решить уравнение

$$1) 5^x = 8^x;$$

$$2) \left(\frac{1}{2}\right)^x = \left(\frac{1}{3}\right)^x;$$

$$3) 3^x = 5^{2x};$$

$$4) 4^x = 3^{\frac{x}{2}};$$

$$5) 7^{x-2} = 3^{2-x};$$

$$6) 2^{x-3} = 3^{3-x};$$

$$7) 3^{\frac{x+2}{4}} = 5^{x+2};$$

$$8) 4^{\frac{x-3}{2}} = 3^{2(x-3)};$$

№ 88. Решить уравнение

- 1) $3^{x+3} + 3^x = 7^{x+1} + 5 \cdot 7^x$;
- 2) $3^{x+4} + 3 \cdot 5^{x+3} = 5^{x+4} + 3^{x+3}$;
- 3) $5^{2x} - 4^{x+1} = 4^x + 5^{2x-1}$;
- 4) $2^{8-x} + 7^{3-x} = 7^{4-x} + 11 \cdot 2^{3-x}$;
- 5) $2^{x+1} + 2^{x-1} - 3^{x-1} = 3^{x-2} + 2^{x-3} 2 \cdot 3^{x-3}$;

№ 89. Решить уравнение

- | | |
|--|--|
| 1) $9^x - 4 \cdot 3^x + 3 = 0$; | 2) $16^x - 17 \cdot 4^x + 16 = 0$; |
| 3) $25^x - 6 \cdot 5^x + 5 = 0$; | 4) $64^x - 8^x - 56 = 0$; |
| 5) $8 \cdot 4^x - 6 \cdot 2^x + 1 = 0$; | 6) $\left(\frac{1}{4}\right)^x + \left(\frac{1}{2}\right)^x - 6 = 0$; |
| 7) $13^{2x+1} - 13^x - 12 = 0$; | 8) $3^{2x+1} - 10 \cdot 3^x + 3 = 0$; |

№ 90. Решить неравенство

- | | |
|--|--|
| 1) $3^x > 9$; | 2) $2^x < 8$; |
| 3) $4^x < \frac{1}{4}$; | 4) $3^{\frac{x}{2}} \geq 9$; |
| 5) $2^{3x} \geq 16$; | 6) $\left(\frac{1}{4}\right)^{5x+3} \leq 16$; |
| 7) $5^{x-1} < \sqrt{5}$; | 8) $\left(\frac{7}{9}\right)^{2x^2-3x} \geq \frac{9}{7}$; |
| 9) $2^{-x^2+3x} < 4$; | 10) $3^{x^2-4} > 1$; |
| 11) $\left(\frac{1}{3}\right)^{x-1} < \frac{1}{9}$; | 12) $2^{5x-3} \leq 16^{5-2x}$; |
| 13) $\left(\frac{1}{25}\right)^x > 5$; | 14) $3^{0,01x^2} > 81$; |

№ 91. Решить неравенство:

- | | |
|--|-------------------------------------|
| 1) $3^{x+2} + 3^{x-1} > 28$; | 2) $2^{x-1} + 2^{x+3} < 17$; |
| 3) $2^{2x+1} + 2^{2x-2} + 2^{2x-3} \geq 448$; | 4) $5^{3x+1} - 5^{3x-3} \leq 624$; |
| 5) $2^{2x} - 2^{2x-2} + 2^{2x-4} > 52$ | 6) $3^{x+1} - 2 \cdot 3^{x-2} > 25$ |

№ 92. Решить неравенство:

- | | |
|--------------------------|-----------------------|
| 1) $9^x - 3^x - 6 > 0$; | 2) $4^x - 2^x < 12$; |
|--------------------------|-----------------------|

$$3) 5^{2x+1} + 4 \cdot 5^x - 1 > 0;$$

$$4) 3 \cdot 9^x + 11 \cdot 3^x < 4;$$

$$5) 3 \cdot 4^x - 6 \cdot 2^x - 24 > 0;$$

$$6) 5 \cdot 25^x - 24 \cdot 5^x - 5 \leq 0;$$

№ 93. Решить логарифмическое уравнение

$$1) \log_3 5x = 2$$

$$2) \log_3 \left(\frac{x}{4} \right) = 2$$

$$3) \log_{\frac{1}{2}} 3x = -4$$

$$4) \log_{\frac{1}{3}} \left(\frac{3x}{2} \right) = -1$$

$$5) \log_2 (3 + 4x) = 3;$$

$$6) \log_{\frac{1}{5}} (2x + 10) = -2;$$

$$7) \log_4 (4 - x) = -1;$$

$$8) \log_5 (3 - 7x) = 2;$$

$$9) \log_3 (x^2 - 2) = 3;$$

$$10) \log_{\frac{2}{3}} (-x + 6) = -1;$$

№ 94. Решить логарифмическое уравнение

$$1) \log_2 (x - 5) + \log_2 (x + 2) = 3;$$

$$2) \log_3 (x - 2) + \log_3 (x + 6) = 2;$$

$$3) \lg(x - 2) + \lg(x) = \lg 3;$$

$$4) \log_{\sqrt{6}} (x - 1) + \log_{\sqrt{6}} (x + 4) = \log_{\sqrt{6}} 6;$$

$$5) \lg(x + \sqrt{3}) + \lg(x - \sqrt{3}) = 0;$$

$$6) \log_2 (x - 2) + \log_2 (x - 3) = 1;$$

$$7) \lg(x - 1) + \lg(x + 1) = 0;$$

$$8) \log_3 (5 - x) + \log_3 (-1 - x) = 3;$$

№ 95. Решить уравнение

$$1) \lg(x^2 - 2) - \lg(x) = 0;$$

$$2) \log_5 (x^2 - 4) - \log_5 (x - 2) = 0;$$

$$3) \lg(x - 1) - \lg(2x - 11) = \lg 2;$$

$$4) \lg(3x - 1) - \lg(x + 5) = \lg 5;$$

$$5) \log_7 (2x^2 - 7x + 6) = \log_7 x;$$

$$6) \log_3 (x^3 - 3) - \log_3 x = \log_3 3;$$

$$7) \log_5 (x^2 - 12) - \log_5 (-x) = 0;$$

$$8) \lg(x + 6) - \lg(\sqrt{2x - 3}) = \lg 4;$$

№ 96. Решить уравнение

$$1) \log_5 x^2 = 0;$$

$$2) \log_3 x^2 = 4;$$

$$3) \log_4 x^3 = 3;$$

$$4) \log_6 x^4 = 2;$$

$$5) \log_3 x^3 = 0;$$

$$6) \log_4 x^3 = 6;$$

№ 97. Решить уравнение

1) $\lg x^4 + \lg 4x = 2 + \lg x^3$;

2) $\lg x + \lg x^2 = \lg 9x$;

3) $\log_2 \frac{2}{x-1} = \log_2 x$;

4) $\lg \frac{x+8}{x-1} = \lg x$;

5) $\log_{\frac{1}{2}} \frac{10}{7-x} = \log_{\frac{1}{2}} x$;

6) $\lg \frac{x-4}{x-2} = \lg x$;

№ 98. Решить уравнение

1) $\log_7(x-1) \cdot \log_7 x = \log_7 x$;

2) $\log_2(3x+1) \cdot \log_3 x = 2\log_2(3x+1)$;

3) $\log_4(x+2)(x+3) + \log_4 \frac{x+2}{x+3} = 2$;

4) $\log_3 x^2 - \log_3 \frac{x}{x+6} = 3$;

5) $\frac{1}{2} \lg(x^2 + x - 5) = \lg 5x + \lg \frac{1}{5x}$;

6) $\log_{0,5}(x+2) - \log_2(x-3) = \frac{1}{2} \log_{\frac{1}{\sqrt{2}}}(-4x-8)$;

7) $\log_{\frac{1}{3}} x \cdot \log_{\frac{1}{3}}(3x-2) = \log_{\frac{2}{3}}(3x-2)$;

8) $\log_{\sqrt{3}}(x-2) \cdot \log_5 x = 2\log_3(x-2)$;

9) $\log_2 \frac{x-1}{x+4} + \log_2(x-1)(x+4) = 2$;

10) $\log_2 \frac{x+4}{x} + \log_2 x^2 = 5$;

11) $\frac{1}{2} \lg(x^2 - 4x - 1) = \lg 8x - \lg 4x$;

12) $\log_{0,5}(x+2) - \log_2(x-3) = \frac{1}{2} \log_{\frac{1}{\sqrt{2}}}(-4x-8)$;

13) $\log_3(x-1) = 2\log_9(17+x) = 7 + \log_{\frac{1}{3}} 9$;

№ 99. Решить уравнение

1) $x^{\lg x} = 10$;

2) $x^{\lg 3x+1} = 9$;

3) $0,1 \cdot x^{\lg x-3} = 1000$;

4) $x^{2\log_3 x} = 9$;

5) $x^{1-0,25\log_2 x} = 2$;

6) $x^{2-\frac{\log_4 x}{2}} = 8$;

№ 100. Решить уравнение

1) $2^{3\lg x} \cdot 5^{\lg x} = 1600$;

2) $2^{\log_3 x^2} \cdot 5^{\log_3 -x} = 400$;

3) $-\frac{1}{4+\lg x} + \frac{2}{2-\lg x} = 1$;

4) $\frac{1}{5-\lg x} + \frac{2}{1+\lg x} = 1$;

3) $\frac{1}{4+\lg x} + \frac{2}{2-\lg x} = 1$;

4) $\frac{1}{5-\lg x} + \frac{2}{1+\lg x} = 1$.

№101. Решить логарифмическое неравенство

1) $\log_3(x+2) < 3$;

2) $\log_{\frac{1}{3}}(x-1) \geq -2$;

3) $\log_8(4-2x) \geq 2$;

4) $\log_{\frac{1}{5}}(4-3x) \geq 2$;

5) $\log_3(x+1) < -2$;

6) $\log_{\frac{2}{3}}(2-5x) < -2$.

№102. Решить неравенство

1) $\lg x > \lg 8 + 1$;

2) $\lg x > 2 - \lg 4$;

3) $\log_2(x-4) < 1$;

4) $\log_{\frac{1}{5}}(3x-5) > \log_{\frac{1}{5}}(x+1)$;

5) $\lg(3x-4) < \lg(2x+1)$;

6) $\log_{\frac{1}{2}}(2x+3) > \log_{\frac{1}{2}}(x+1)$;

7) $\log_8(x^2-4x+3) > 1$;

8) $\log_6(x^2-3x+2) \geq 1$;

9) $\log_3(x^2+2x) > 1$;

10) $\lg(x^2-8x+13) > 0$;

11) $\log_{\frac{2}{3}}(x^2-2,5x) < -1$;

12) $\log_{\frac{1}{5}}(x^2-5x+7) < 0$;

13) $\log_{\frac{1}{2}}(x^2-5x-6) \geq 3$;

14) $\log_2(x^2+2x) < 3$.

№103. Решить неравенство

1) $\log_{\frac{1}{2}}(x+8) > \log_{\frac{1}{2}}(x-3) + \log_{\frac{1}{2}}(3x)$;

2) $\log_{15}(x-3) + \log_{15}(x-5) < 1$;

3) $\log_{\frac{1}{3}}(x-2) + \log_{\frac{1}{3}}(12-x) \geq -2$;

4) $\log_{\frac{1}{6}}(10-x) + \log_{\frac{1}{6}}(x-3) \geq -1$;

5) $\log_{\sqrt{6}}(x-4) + \log_{\sqrt{6}}(x+1) \leq 2$;

6) $\log_{3\sqrt{2}}(x-5) + \log_{3\sqrt{2}}(x+12) \leq 2$;

7) $\log_3(8x^2+x) > 2 + \log_3 x^2 + \log_3 x$.

РАЗДЕЛ 4. ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ

4.1 Основные понятия тригонометрии

№ 104. Найти радианную меру угла, выраженного в градусах

- 1) 40° ; 3) 150° ; 5) 75° ; 7) 100° ;
2) 120° ; 4) 150° ; 6) 32° ; 8) 140° .

№ 105. Найти градусную меру угла, выраженного в радианах:

- 1) $\frac{\pi}{6}$; 3) $\frac{2}{3}\pi$; 5) 2; 7) 1,5;
2) $\frac{\pi}{9}$; 4) $\frac{3}{4}\pi$; 6) 3; 8) 0,36.

№ 106. Заполните таблицу:

Угол, град	30°					
Угол, рад		$\frac{\pi}{5}$			2	
Радиус, см	2		10	5		
Длина дуги, см		2	5			10
Площадь сектора, см ²			50	25	50	

№ 107. Найти координаты точки единичной окружности, полученной поворотом точки (1;0) на угол:

- 1) 4π ; 3) $3,5\pi$; 5) $\frac{\pi}{4}$; 7) 225° ;
2) $-\frac{3}{2}\pi$; 4) $-6,5\pi$; 6) $\frac{\pi}{3}$; 8) -45° .

№ 108. На единичной окружности построить точку, полученную поворотом точки (1;0) на угол:

- 1) $\frac{\pi}{4}$; 3) $\frac{2\pi}{3}$; 5) $\frac{3\pi}{2}$; 7) 315° ;
2) $-\frac{\pi}{3}$; 4) $-\frac{3\pi}{4}$; 6) $-\pi$ 8) -255° .

№ 109. На единичной окружности построить точку (1;0), чтобы получить точку с координатами:

$$1) \frac{\pi}{4} \pm 2\pi; \quad 2) -\frac{\pi}{3} \pm 2\pi; \quad 3) \frac{2\pi}{3} \pm 6\pi; \quad 4) -\frac{3\pi}{4} \pm 8\pi.$$

№ 110. Найти все углы, на которые нужно повернуть $(1;0)$, чтобы получить точку с координатами:

$$\begin{array}{llll} 1) (-1;0); & 2) (1;0); & 3) (0;1); & 4) (0;-1); \\ 5) \left(\frac{\sqrt{2}}{2}; -\frac{\sqrt{2}}{2}\right); & 6) \left(-\frac{1}{2}; -\frac{\sqrt{3}}{2}\right); & 7) \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}; -\frac{1}{2}\right); & 8) \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}; -\frac{\sqrt{2}}{2}\right). \end{array}$$

▪ Определение тригонометрических функций

№ 111. Вычислить

$$\begin{array}{ll} 1) \sin \frac{\pi}{2} + \sin \frac{3\pi}{2}; & 2) \sin \pi + \sin 1,5\pi - \sin 4\pi; \\ 3) \sin \left(-\frac{\pi}{2}\right) + \cos \frac{\pi}{2}; & 4) \sin 3\pi - \cos \frac{3\pi}{2}; \\ 5) \sin \pi + \cos \pi; & 6) \cos 0 - \cos 3\pi + \cos 3,5\pi. \end{array}$$

№ 112. Найти значение выражения

$$\begin{array}{l} 1) 3 \sin \frac{\pi}{6} + 2 \cos \frac{\pi}{6} - \operatorname{tg} \frac{\pi}{3}; \\ 2) 5 \sin \frac{\pi}{4} + 3 \operatorname{tg} \frac{\pi}{4} - 5 \cos \frac{\pi}{4} - 10 \operatorname{ctg} \frac{\pi}{4}; \\ 3) \left(2 \operatorname{tg} \frac{\pi}{6} - \operatorname{tg} \frac{\pi}{3}\right) : \cos \frac{\pi}{6}; \\ 4) \frac{1}{2} \cos \frac{\pi}{3} + 2 \sin \frac{\pi}{2} - \operatorname{ctg} \frac{\pi}{6}; \\ 5) \sqrt{3} \cos \frac{\pi}{4} \cdot \operatorname{tg} \frac{\pi}{6} + \sin 2\pi; \\ 6) \sin \frac{\pi}{3} \cdot \cos \frac{\pi}{6} - \operatorname{tg} \frac{\pi}{4}; \\ 7) \operatorname{tg} \frac{\pi}{6} \div \left(\cos \pi + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \frac{\pi}{2}\right); \\ 8) -\frac{1}{2} \sin \frac{3\pi}{2} + \cos \frac{\pi}{3} + \operatorname{ctg} \frac{\pi}{4}; \\ 9) 5 \cos 2\pi - \frac{1}{4} \sin \frac{\pi}{3} + \sqrt{2} \cos \frac{\pi}{4}. \end{array}$$

▪ **Знаки тригонометрических функций**

№ 113. В какой четверти находится, полученная поворотом точки $P(1;0)$ на угол α , если:

1) $\alpha = \frac{\pi}{6}$; 2) $\alpha = \frac{3\pi}{4}$; 3) $\alpha = -\frac{\pi}{6}$ 4) $\alpha = -\frac{3\pi}{4}$ 5) $\alpha = \frac{7\pi}{6}$ 6) $\alpha = -\frac{7\pi}{6}$

№ 114. Определить знак числа $\sin \alpha$, если:

1) $\alpha = \frac{5\pi}{4}$; 3) $\alpha = \frac{11}{3}\pi$; 5) $\alpha = 4$; 7) $\alpha = 210^\circ$
2) $\alpha = \frac{5\pi}{6}$; 4) $\alpha = -\frac{4\pi}{3}$; 6) $\alpha = -6,28$; 8) $\alpha = -280^\circ$.

№ 115. Определить знак числа $\cos \alpha$, если:

1) $\alpha = -\frac{3\pi}{4}$; 3) $\alpha = \frac{7}{6}\pi$; 5) $\alpha = 2$; 7) $\alpha = 290^\circ$;
2) $\alpha = \frac{2}{3}\pi$; 4) $\alpha = -\frac{2}{3}\pi$; 6) $\alpha = -4$; 8) $\alpha = -150^\circ$.

№ 116. Определить знак числа $\operatorname{tg} \alpha$, если:

1) $\alpha = \frac{5}{6}\pi$; 3) $\alpha = -\frac{3}{5}\pi$; 5) $\alpha = 3$; 7) $\alpha = 190^\circ$;
2) $\alpha = \frac{12}{5}\pi$; 4) $\alpha = -\frac{5}{4}\pi$; 6) $\alpha = -3,14$; 8) $\alpha = -210^\circ$.

№ 117. Пусть $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Определить знак числа:

1) $\sin(\frac{\pi}{2} - \alpha)$; 3) $\cos(\alpha - \pi)$; 5) $\operatorname{tg}(\frac{3}{2}\pi - \alpha)$;
2) $\cos(\frac{\pi}{2} + \alpha)$; 4) $\operatorname{tg}(\alpha - \frac{\pi}{2})$; 6) $\sin(\pi - \alpha)$;

№ 118. Определить знак числа:

1) $\sin \frac{2\pi}{3} \sin \frac{3\pi}{4}$; 2) $\cos \frac{2\pi}{3} \cos \frac{\pi}{6}$;
3) $\frac{\sin \frac{2\pi}{3}}{\cos \frac{3\pi}{4}}$; 4) $\operatorname{tg} \frac{5\pi}{4} + \sin \frac{\pi}{4}$.

▪ **Зависимость между тригонометрическими функциями одного и того же аргумента**

№ 119.

1) Вычислить $\sin \alpha$, $\operatorname{tg} \alpha$ и $\operatorname{ctg} \alpha$, если $\cos \alpha = -\frac{3}{5}$ и $\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{3\pi}{2}$.

2) Вычислить значение $\cos \alpha$, $\operatorname{tg} \alpha$ и $\operatorname{ctg} \alpha$, если $\sin \alpha = -\frac{2}{5}$ и $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$.

№ 120. Вычислить значение каждой из тригонометрических функций, если:

1) $\cos \alpha = \frac{5}{13}$ и $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$;

2) $\cos \alpha = 0,8$ и $\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{\pi}{2}$;

3) $\sin \alpha = 0,8$ и $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$;

4) $\sin \alpha = -\frac{5}{13}$ и $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$;

5) $\operatorname{tg} \alpha = -3$ и $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$;

6) $\operatorname{tg} \alpha = -2,4$ и $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$;

7) $\operatorname{ctg} \alpha = -3$ и $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$;

8) $\operatorname{ctg} \alpha = \frac{7}{24}$ и $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$.

№ 121. Упростить выражение:

1) $\frac{\sin^2 \alpha - 1}{1 - \cos^2 \alpha}$;

2) $\frac{1}{\cos^2 \alpha} - 1$;

3) $\cos^2 \alpha + \operatorname{ctg}^2 \alpha + \sin^2 \alpha$;

4) $\sin^4 \alpha - \cos^4 \alpha + 2 \cos^2 \alpha$;

5) $1 + \operatorname{tg}^2 \alpha + \frac{1}{\sin^2 \alpha}$;

6) $\frac{1 + \tan^2 \alpha}{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha}$.

№ 122. Известно, что $\operatorname{tg} \alpha = 2$. Найти значение выражения:

1) $\frac{\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{tg} \alpha}$;

2) $\frac{\sin \alpha - \cos \alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha}$;

3) $\frac{2 \sin \alpha + 3 \cos \alpha}{3 \sin \alpha - 5 \cos \alpha}$;

4) $\frac{\sin^2 \alpha + \sin \alpha \cdot \cos \alpha}{\cos^2 \alpha + 3 \cos \alpha \cdot \sin \alpha}$.

■ Четность и нечетность тригонометрических функций

№ 123. Вычислить

1) $\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) + \operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{4}\right)$;

2) $\frac{1 + \operatorname{tg}^2\left(-\frac{\pi}{6}\right)}{1 + \operatorname{ctg}^2\left(-\frac{\pi}{6}\right)}$;

3) $2 \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) \cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) + \operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{3}\right) + \sin^2\left(-\frac{\pi}{4}\right)$;

4) $\cos(-\pi) + \operatorname{ctg}\left(-\frac{\pi}{2}\right) - \sin\left(-\frac{3}{2}\pi\right) + \operatorname{ctg}\left(-\frac{\pi}{4}\right)$.

№ 124. Упростить:

1) $\frac{\sin^3(-\alpha) + \cos^3(-\alpha)}{1 - \sin(-\alpha) \cos(-\alpha)}$;

2) $\frac{1 - (\sin \alpha + \cos(-\alpha))^2}{-\sin(-\alpha)}$;

$$3) (1 + \operatorname{tg}(-\alpha))(1 - \operatorname{ctg}(-\alpha)) - \frac{\sin(-\alpha)}{\cos(-\alpha)};$$

$$4) \frac{\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{tg}(-\alpha)}{\cos \alpha + \sin(-\alpha)} + \frac{\operatorname{tg}(-\alpha)}{\sin \alpha}.$$

▪ Периодичность тригонометрических функций

№ 125. Вычислить:

- 1) $\cos 420^\circ$; 4) $\sin 3630^\circ$; 7) $\sin \frac{13\pi}{6}$; 10) $\cos \frac{25\pi}{6}$;
- 2) $\operatorname{tg} 570^\circ$; 5) $\operatorname{ctg} 960^\circ$; 8) $\operatorname{tg} \frac{11\pi}{6}$; 11) $\operatorname{tg}(-\frac{11\pi}{3})$;
- 3) $\sin(-225^\circ)$; 6) $\cos(-390^\circ)$; 9) $\cos(-\frac{8\pi}{3})$; 12) $\operatorname{ctg} \frac{8\pi}{3}$.

№ 126. Вычислить:

- 1) $4 \sin 810^\circ + 3 \cos 720^\circ - 3 \sin 630^\circ + 5 \cos 900^\circ$;
- 2) $\operatorname{tg}^2 600^\circ + \operatorname{ctg}^2 585^\circ + 3$;
- 3) $2 \operatorname{tg} 945^\circ - 4 \cos 1500^\circ - \sin 1170^\circ$;
- 4) $2 \sin 1080^\circ - 2 \cos 1500^\circ + \operatorname{ctg} 930^\circ$.

№ 127. Вычислить:

- 1) $\sin 8,3\pi + \cos 4,6\pi$;
- 2) $\frac{\sin(-\frac{11\pi}{2}) + \operatorname{tg}(-5\pi)}{\cos(-5\pi) + \operatorname{ctg}(-\frac{21\pi}{4})}$;
- 3) $\sin \frac{37\pi}{6} + \operatorname{tg} \frac{15\pi}{4}$;

▪ Формулы сложения

№ 128. Вычислить, не пользуясь таблицами:

- 1) $\cos 57^\circ 30' \cos 27^\circ 30' + \sin 57^\circ 30' \sin 27^\circ 30'$
- 2) $\cos 19^\circ 30' \cos 25^\circ 30' - \sin 19^\circ 30' \sin 25^\circ 30'$
- 3) $\cos \frac{7\pi}{9} \cos \frac{11\pi}{9} - \sin \frac{7\pi}{9} \sin \frac{11\pi}{9}$
- 4) $\cos \frac{8\pi}{7} \cos \frac{\pi}{7} + \sin \frac{8\pi}{7} \sin \frac{\pi}{7}$

№ 129. Упростить выражение:

- 1) $\cos 3\alpha \cos \alpha - \sin \alpha \sin 3\alpha$
- 2) $\cos 5\beta \cos 2\beta + \sin 5\beta \sin 2\beta$

$$3) \cos\left(\frac{\pi}{7} + \alpha\right) \cos\left(\frac{5\pi}{14} - \alpha\right) - \sin\left(\frac{\pi}{7} + \alpha\right) \sin\left(\frac{5\pi}{14} - \alpha\right)$$

$$4) \cos\left(\frac{7\pi}{5} + \alpha\right) \cos\left(\frac{2\pi}{5} + \alpha\right) - \sin\left(\frac{7\pi}{5} + \alpha\right) \sin\left(\frac{2\pi}{5} + \alpha\right)$$

№ 130. Вычислить, не пользуясь таблицами:

$$1) \sin 73^\circ \cos 17^\circ + \cos 73^\circ \sin 17^\circ;$$

$$2) \sin 73^\circ \cos 13^\circ - \cos 73^\circ \sin 13^\circ;$$

$$3) \sin \frac{5\pi}{12} \cos \frac{\pi}{12} + \sin \frac{\pi}{12} \cos \frac{5\pi}{12};$$

$$4) \sin \frac{7\pi}{12} \cos \frac{\pi}{12} - \sin \frac{\pi}{12} \cos \frac{7\pi}{12}$$

№131. Вычислить, не пользуясь таблицами:

$$1) \frac{tg29^\circ + tg31^\circ}{1 - tg29^\circ \cdot tg31^\circ};$$

$$2) \frac{1 + tg10^\circ \cdot tg55^\circ}{tg55^\circ - tg10^\circ};$$

$$3) \frac{tg\frac{7\pi}{16} - tg\frac{3\pi}{16}}{1 + tg\frac{7\pi}{16} \cdot tg\frac{3\pi}{16}};$$

$$4) \frac{1 - tg13^\circ \cdot tg17^\circ}{tg17^\circ + tg13^\circ}.$$

№132. Вычислить $\sin(\alpha - \beta)$, если $\cos \alpha = 0,8$, $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ и $\sin \beta = -\frac{12}{13}$,

$$\pi < \beta < \frac{3\pi}{2}.$$

№133. Вычислить $\sin(\alpha + \beta)$, если $\cos \beta = 0,28$, $\frac{3\pi}{2} < \beta < 2\pi$ и $\sin \alpha = 0,6$,

$$0 < \alpha < \frac{\pi}{2}.$$

№ 134. Вычислить $tg(\alpha + \beta)$, если $tg \alpha = -\frac{3}{4}$ и $tg \beta = 2,4$.

№ 135. Вычислить $ctg(\alpha - \beta)$, если $ctg \alpha = \frac{4}{3}$ и $ctg \beta = -1$.

■ Формулы приведения

№ 136. Используя формулы приведения вычислить:

$$1) \cos 150^\circ;$$

$$2) \sin 135^\circ;$$

$$3) ctg 135^\circ;$$

$$4) \cos 120^\circ;$$

$$5) \cos 225^\circ;$$

$$6) \sin 210^\circ;$$

$$7) ctg 240^\circ;$$

$$8) \sin 315^\circ.$$

$$9) ctg 600^\circ;$$

$$10) \cos 870^\circ;$$

$$11) \sin 1395^\circ;$$

$$12) tg 495^\circ.$$

№ 137. Используя формулы приведения вычислить:

$$1) tg \frac{5\pi}{4};$$

$$2) \sin\left(-\frac{13\pi}{6}\right)$$

$$3) \sin \frac{7\pi}{6};$$

$$4) \cos\left(-\frac{7\pi}{6}\right);$$

- 5) $\cos \frac{5\pi}{3}$; 6) $\operatorname{ctg} \left(-\frac{7\pi}{4}\right)$; 7) $\operatorname{ctg} \frac{5\pi}{3}$; 8) $\operatorname{tg} \left(-\frac{2\pi}{3}\right)$.
 9) $\sin \frac{29\pi}{6}$; 10) $\cos \frac{19\pi}{3}$; 11) $\operatorname{tg} \frac{27\pi}{4}$; 12) $\operatorname{ctg} \frac{25\pi}{3}$.

№ 138. Найти числовое значение выражения:

- 1) $\cos 630^\circ - \sin 1470^\circ - \operatorname{ctg} 1125^\circ$;
 2) $\operatorname{tg} 1800^\circ - \sin 495^\circ + \cos 945^\circ$;
 3) $3 \cos 3660^\circ + \sin(-1560^\circ) + \cos(-1500^\circ)$;
 4) $\cos 4455^\circ - \cos(-945^\circ) + \operatorname{tg} 1035^\circ - \operatorname{ctg}(-1500^\circ)$.

№ 139. Вычислить:

- 1) $\cos \frac{23\pi}{4} - \sin \frac{15\pi}{4} - \operatorname{ctg} \left(-\frac{11\pi}{2}\right)$;
 2) $\sin \frac{25\pi}{3} - \cos \left(-\frac{17\pi}{2}\right) - \operatorname{tg} \frac{10\pi}{3}$;
 3) $\sin(-7\pi) - 2 \cos \frac{31\pi}{3} - \operatorname{tg} \frac{7\pi}{4}$;
 4) $\cos(-9\pi) + 2 \sin \left(-\frac{49\pi}{6}\right) - \operatorname{ctg} \left(-\frac{21\pi}{4}\right)$.

▪ **Тригонометрические функции двойного аргумента**

№ 140. Вычислить, не используя таблицы:

- 1) $2 \sin 75^\circ \cdot \cos 75^\circ$; 2) $2 \sin 22^\circ 30' \cos 22^\circ 30'$;
 3) $\cos^2 15^\circ - \sin^2 15^\circ$; 4) $\cos^2 75^\circ - \sin^2 75^\circ$;
 5) $2 \sin \frac{\pi}{8} \cos \frac{\pi}{8}$; 6) $\cos^2 \frac{\pi}{8} - \sin^2 \frac{\pi}{8}$;
 7) $\frac{6 \operatorname{tg} 75^\circ}{1 - \operatorname{tg}^2 75^\circ}$; 8) $\frac{\operatorname{tg}^2 22^\circ 30' - 1}{\operatorname{tg} 22^\circ 30'}$.

№ 141. Вычислить $\sin 2\alpha$, если:

- 1) $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ и $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$; 2) $\cos \alpha = -\frac{4}{5}$ и $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$;
 3) $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{1}{2}$; 4) $\sin \alpha - \cos \alpha = -\frac{1}{3}$.

№ 142. Вычислить $\cos 2\alpha$, если:

1) $\cos \alpha = \frac{4}{5}$; 2) $\sin \alpha = -\frac{3}{5}$.

№ 143. Вычислить $\operatorname{tg} 2\alpha$, если $\operatorname{tg} \alpha = 0,5$.

№ 144. Упростить выражение:

1) $2 \cos 40^\circ \cos 50^\circ$; 2) $2 \sin 25^\circ \sin 65^\circ$;
3) $\sin 2\alpha + (\sin \alpha - \cos \alpha)^2$; 4) $\cos 4\alpha + \sin^2 2\alpha$;
5) $2 \sin\left(\frac{\pi}{4} + 2\alpha\right) \sin\left(\frac{\pi}{4} - 2\alpha\right)$; 6) $2 \cos\left(\frac{\pi}{4} + 2\alpha\right) \cos\left(\frac{\pi}{4} - 2\alpha\right)$;
7) $\frac{\sin 2\alpha}{(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 - 1}$; 8) $\frac{1 + \cos 2\alpha}{1 - \cos 2\alpha}$.

▪ **Тригонометрические функции половинного аргумента**

№ 145. Выразить значения функции данного аргумента через значения функции удвоенного аргумента:

1) $\sin^2 15^\circ$; 2) $\cos^2 \frac{1}{4}$; 3) $\cos^2\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)$; 4) $\sin^2\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right)$.

№ 146. Найти числовое значение выражения:

1) $2\cos^2 \frac{\pi}{8} - 1$; 2) $1 - 2\sin^2 \frac{\pi}{8}$;
3) $\frac{\sqrt{3}}{2} + 2\sin^2 15^\circ$; 4) $-\frac{\sqrt{3}}{2} + 2\cos^2 15^\circ$.

№ 147. Пусть $\cos \alpha = 0,6$ и $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Вычислить:

1) $\sin \frac{\alpha}{2}$; 2) $\cos \frac{\alpha}{2}$; 3) $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$.

№ 148. Пусть $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ и $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Вычислить:

1) $\sin \frac{\alpha}{2}$; 2) $\cos \frac{\alpha}{2}$; 3) $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$.

№ 149. Упростить:

1) $\frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha}$; 2) $\frac{1 + \cos \alpha}{1 - \cos \alpha}$;
3) $(1 + \cos 2\alpha)\operatorname{tg} \alpha$; 4) $(1 - \cos 2\alpha)\operatorname{ctg} \alpha$;
5) $\frac{1 + \cos 2\alpha + \sin 2\alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha}$; 6) $\frac{1 - \cos 2\alpha + \sin 2\alpha}{1 + \cos 2\alpha + \sin 2\alpha}$.

▪ Преобразование суммы и разности тригонометрических функций в произведение

№ 150. Вычислить без таблиц:

1) $\cos 105^\circ + \cos 75^\circ$;

2) $\sin 105^\circ - \sin 75^\circ$;

3) $\cos \frac{11\pi}{12} - \cos \frac{5\pi}{12}$;

4) $\cos \frac{11\pi}{12} + \cos \frac{5\pi}{12}$;

5) $\operatorname{tg} 267^\circ + \operatorname{tg} 93^\circ$;

6) $\operatorname{tg} \frac{5\pi}{12} + \operatorname{tg} \frac{7\pi}{12}$;

7) $\sin \frac{7\pi}{12} - \sin \frac{\pi}{12}$;

8) $\sin 105^\circ + \sin 165^\circ$.

№ 151. Упростить выражение:

1) $\sin \left(\frac{\pi}{3} + \alpha \right) + \sin \left(\frac{\pi}{3} - \alpha \right)$;

2) $\cos \left(\frac{\pi}{4} - \beta \right) - \cos \left(\frac{\pi}{4} + \beta \right)$;

3) $\frac{\sin \alpha + \sin 3\alpha}{\cos \alpha + \cos 3\alpha}$;

4) $\frac{\sin 2\alpha + \sin 4\alpha}{\cos 2\alpha - \cos 4\alpha}$.

4.2 Свойства и графики тригонометрических функций:

$y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \operatorname{tg} x$, $y = \operatorname{ctg} x$

№ 152. Пользуясь графиком функции $y = \sin x$ проверить, возрастает или убывает функция на отрезке:

1) $\left[\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2} \right]$;

2) $\left[-\frac{3\pi}{2}; -\frac{\pi}{2} \right]$;

3) $\left[\frac{3\pi}{2}; 2\pi \right]$;

4) $\left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4} \right]$;

5) $\left[-\frac{\pi}{2}; 0 \right]$;

6) $\left[-\frac{5}{4}\pi; -\frac{3}{4}\pi \right]$;

6) $[1; 1.5]$

8) $[-4; -3]$.

№ 153. Пользуясь графиком функции $y = \sin x$ найти все числа x отрезка $[-\pi; \pi]$, для которых выполняется неравенство:

1) $\sin x > \frac{1}{2}$;

2) $\sin x \geq -\frac{1}{2}$;

3) $\sin x < \frac{1}{2}$;

4) $\sin x \leq -\frac{1}{2}$.

№ 154. Пользуясь графиком функции $y=\sin x$ найти все числа x отрезка $[-\pi; \pi]$, для которых выполняется равенство:

1) $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$;

2) $\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$;

3) $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$;

4) $\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

№ 155. Пользуясь графиком функции $y=\cos x$ проверить, возрастает или убывает функция на отрезке:

1) $[-\pi; 0]$;

2) $[0; \frac{\pi}{2}]$;

3) $[0; \pi]$;

4) $[\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}]$;

5) $[\pi; 2\pi]$;

6) $[-3; -2]$;

7) $[-\frac{\pi}{2}; 0]$;

8) $[1; 2]$.

№ 156. Пользуясь графиком функции $y=\cos x$ найти все числа x отрезка $[0; 2\pi]$, для которых выполняется неравенство:

1) $\cos x \geq \frac{1}{2}$;

2) $\cos x \geq -\frac{1}{2}$;

3) $\cos x < -\frac{1}{2}$;

4) $\cos x < \frac{1}{2}$.

№ 157. Пользуясь графиком функции $y=\cos x$ найти все числа x отрезка $[0; 2\pi]$, для которых выполняется равенство:

1) $\cos x = \frac{1}{2}$;

2) $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$;

3) $\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$;

4) $\cos x = -\frac{1}{2}$.

№ 158. Построить график функции:

1) $y = 2\sin x - 1,5$;

2) $y = -0,5\sin x + 1$;

3) $y = -\cos x + 0,5$;

4) $y = 2,5\cos x - 1,5$;

5) $y = \sin\left(2x - \frac{\pi}{2}\right)$;

6) $y = 2\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$;

7) $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) + 1$;

8) $y = \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$;

9) $y = -2\cos(3x)$;

10) $y = \sin(2x) - 2$.

№159. Пользуясь графиком функции $y = \operatorname{tg} x$ проверить, возрастает ли функция на отрезке:

- | | |
|--|-----------------|
| 1) $\left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right];$ | 2) $[-3; -2];$ |
| 3) $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{8}\right];$ | 4) $(-\pi; 0);$ |
| 5) $(1.7; 3);$ | 6) $[0; \pi).$ |

№ 160. Пользуясь графиком функции $y = \operatorname{tg} x$ найти все числа x отрезка $[0; 2\pi]$, для которых выполняется равенство:

- 1) $\operatorname{tg} x = 1;$
- 3) $\operatorname{tg} x = \sqrt{3};$
- 2) $\operatorname{tg} x = -\sqrt{3};$
- 4) $\operatorname{tg} x = -1.$

№ 161. Пользуясь графиком функции $y = \operatorname{tg} x$ найти все числа x интервала $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$, для которых выполняется неравенство:

- | | |
|---|--|
| 1) $\operatorname{tg} x \geq 1$ | 2) $\operatorname{tg} x \geq \sqrt{3};$ |
| 3) $\operatorname{tg} x < -\sqrt{3};$ | 4) $\operatorname{tg} x \leq -1;$ |
| 5) $-1 \leq \operatorname{tg} x \leq \sqrt{3};$ | 6) $-\sqrt{3} < \operatorname{tg} x \leq 1.$ |

№ 162. Пользуясь графиком функции $y = \operatorname{ctg} x$ найти все числа x отрезка $[0; 2\pi]$, для которых выполняется равенство:

- | | |
|---------------------------------------|--|
| 1) $\operatorname{ctg} x = 1;$ | 2) $\operatorname{ctg} x = -\sqrt{3};$ |
| 3) $\operatorname{ctg} x = \sqrt{3};$ | 4) $\operatorname{ctg} x = -1.$ |

№ 163. Пользуясь графиком функции $y = \operatorname{ctg} x$ найти все числа x интервала $(0; \pi)$, для которых выполняется неравенство:

- | | |
|--|---|
| 1) $\operatorname{ctg} x \geq -1;$ | 2) $\operatorname{ctg} x \geq -\sqrt{3};$ |
| 3) $\operatorname{ctg} x < \sqrt{3};$ | 4) $\operatorname{ctg} x \leq 1;$ |
| 5) $0 \leq \operatorname{ctg} x \leq 1;$ | 6) $-1 < \operatorname{ctg} x \leq 0.$ |

№ 164. Построить график функции

1) $y = tg(2x)$;

2) $y = -ctg x$;

3) $y = 2ctg(x - \frac{\pi}{2})$;

4) $y = \frac{1}{2}tg(x - \pi)$;

4.3 Простейшие тригонометрические уравнения

№ 165. Вычислить

1) $\arcsin 0$;

1) $\arcsin 1$;

3) $\arcsin \frac{\sqrt{3}}{2}$;

3) $\arcsin(-\frac{\sqrt{2}}{2})$;

5) $\arcsin \frac{1}{2}$;

5) $\arcsin(-\frac{\sqrt{3}}{2})$.

№ 166. Вычислить

1) $\arcsin 1 - \arcsin(-1)$;

1) $\arcsin \frac{1}{2} + \arcsin(\frac{\sqrt{3}}{2})$;

3) $\arcsin \frac{1}{\sqrt{2}} + \arcsin(-\frac{1}{2})$;

4) $\arcsin(-\frac{\sqrt{3}}{2}) + \arcsin(\frac{\sqrt{3}}{2})$;

№ 167. Вычислить

1) $\sin(\arcsin \frac{\sqrt{3}}{2})$;

5) $\cos(\arcsin \frac{\sqrt{2}}{2})$;

2) $\sin(\arcsin \frac{1}{2})$;

6) $\cos(\arcsin \frac{1}{2})$;

3) $\sin(4 \arcsin 1)$;

7) $\cos(5 \arcsin \frac{\sqrt{3}}{2})$;

4) $\sin(3 \arcsin \frac{\sqrt{3}}{2})$;

8) $\cos(6 \arcsin 1)$.

№ 168. Вычислить

1) $\arcsin(\sin \frac{3\pi}{4})$;

1) $\arcsin(\cos \frac{5\pi}{6})$;

3) $\arcsin(\sin \frac{2\pi}{3})$;

3) $\arcsin(\cos \frac{3\pi}{4})$.

№ 169. Вычислить

1) $\sin(\arcsin \frac{3}{4})$;

2) $\sin(\pi - \arcsin \frac{3}{4})$;

3) $\sin(\arcsin(-\frac{1}{4}))$;

4) $\sin(\pi + \arcsin \frac{2}{3})$.

№ 170. ВЫЧИСЛИТЬ

1) $\cos\left(\arcsin\frac{3}{5}\right)$;

2) $\cos\left(\arcsin\left(-\frac{1}{3}\right)\right)$;

3) $\cos\left(\arcsin\left(-\frac{4}{5}\right)\right)$;

4) $\cos\left(\arcsin\frac{1}{4}\right)$.

№ 171. Решить уравнение:

1) $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$;

2) $\sin x = -\frac{1}{\sqrt{2}}$;

3) $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$;

4) $\sin x = -\frac{1}{2}$;

5) $\sin x = \frac{3}{4}$;

6) $\sin x = -\frac{1}{4}$;

7) $\sin x = \frac{2}{7}$;

8) $\sin x = -\frac{\sqrt{5}}{3}$;

9) $\sin x = -\frac{2}{3}$;

10) $\sin x = -\frac{1}{\sqrt{3}}$;

№ 172. Решить уравнение:

1) $\sqrt{2} \sin \frac{x}{3} = -1$;

2) $2 \sin \frac{x}{2} = \sqrt{3}$;

3) $\sin\left(x + \frac{3\pi}{4}\right) = 0$;

4) $\sin\left(2x + \frac{\pi}{2}\right) = 0$;

5) $\sin(2x - 1) = \frac{1}{2}$;

6) $\sin(3x + 2) = -\frac{1}{\sqrt{2}}$;

7) $2 \sin\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) + 1 = 0$;

8) $1 - \sin\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{3}\right) = 0$;

9) $3 \sin(3 + 4x) = \sqrt{10}$;

10) $2 \sin(5x - 7) = \frac{1}{2}$.

№ 173. Решить уравнение:

1) $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$;

2) $\cos x = \frac{3}{4}$;

3) $\cos x = \frac{1}{2}$;

4) $\cos x = -0,3$;

5) $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$;

6) $\cos x = -0,2$;

7) $\cos x = -\frac{1}{\sqrt{2}}$;

8) $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{4}$;

9) $\cos x = -\frac{1}{3}$;

10) $\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{3}$.

№ 174. Решить уравнение:

1) $\cos 4x = 1$;

3) $\cos 2x = -1$;

5) $\cos \left(x + \frac{\pi}{3} \right) = 0$;

7) $\sqrt{2} \cos \left(2x + \frac{\pi}{4} \right) + 1 = 0$;

9) $2 \cos \left(\frac{\pi}{6} + 3x \right) - \sqrt{3} = 0$;

11) $3 \cos \left(1 - \frac{x}{2} \right) - 2 = 0$;

2) $\sqrt{2} \cos \frac{x}{4} = -1$;

4) $\cos \left(2x + \frac{\pi}{4} \right) = 0$;

6) $\sqrt{2} \cos \left(4x + \frac{\pi}{4} \right) + 1 = 0$;

8) $2 \cos \left(\frac{\pi}{3} - 3x \right) - \sqrt{3} = 0$;

10) $2 \cos \frac{x}{3} = \sqrt{3}$;

12) $5 \cos \left(\frac{\pi}{3} + 1 \right) + 3 = 0$.

№ 175. Вычислить

1) $\operatorname{arctg} 1 - \operatorname{arctg}(-1)$;

3) $\operatorname{arctg} \frac{1}{\sqrt{3}} + \operatorname{arctg} \sqrt{3}$;

5) $2 \operatorname{arctg} 1 + 3 \operatorname{arctg} \left(-\frac{1}{2} \right)$;

2) $\operatorname{arctg} 0 - \operatorname{arctg}(-\sqrt{3})$;

4) $\operatorname{arctg} \left(-\frac{1}{\sqrt{3}} \right) + \operatorname{arctg} 0$;

5) $5 \operatorname{arctg}(-\sqrt{3}) - 3 \arccos \left(-\frac{\sqrt{2}}{2} \right)$.

№ 176. Вычислить

1) $\operatorname{ctg}(\operatorname{arctg} \sqrt{3})$;

3) $\sin(\operatorname{arctg}(-\sqrt{3}))$;

5) $\cos(\operatorname{arctg} 1)$;

2) $\operatorname{ctg}(\operatorname{arctg} 1)$;

4) $\sin \left(\operatorname{arctg} \frac{1}{\sqrt{3}} \right)$;

6) $\cos(\operatorname{arctg}(-\sqrt{3}))$.

№ 177. Вычислить

1) $\operatorname{arctg} \left(\operatorname{tg} \frac{3\pi}{4} \right)$;

3) $\operatorname{arctg} \left(\operatorname{ctg} \frac{5\pi}{3} \right)$;

5) $\operatorname{arctg} \left(2 \sin \frac{\pi}{3} \right)$;

2) $\operatorname{arctg} \left(\operatorname{tg} \frac{5\pi}{6} \right)$;

4) $\operatorname{arctg} \left(\operatorname{tg} \frac{3\pi}{4} \right)$;

6) $\operatorname{arctg} \left(\cos \left(-\frac{\pi}{2} \right) \right)$.

№ 178. Вычислить

1) $\operatorname{tg} x = \frac{1}{\sqrt{3}};$

3) $\operatorname{tg} x = -1;$

5) $\operatorname{ctg} x = \sqrt{3};$

7) $\operatorname{tg} x = -\frac{1}{9};$

2) $\operatorname{tg} x = -\sqrt{3};$

4) $\operatorname{tg} x = 4;$

6) $\operatorname{ctg} x = -1;$

8) $\operatorname{ctg} x = -\frac{1}{\sqrt{3}};$

№ 179. Решить уравнение:

1) $\sqrt{3} + \operatorname{tg} \frac{x}{3} = 0;$

3) $5\operatorname{ctg} \left(1 + \frac{x}{3}\right) + 6 = 0;$

5) $2\operatorname{tg}(3x + 4) + 3 = 0;$

7) $6\operatorname{ctg} \left(1 - \frac{x}{4}\right) - 7 = 0;$

2) $1 + \operatorname{ctg} \frac{x}{3} = 0;$

4) $\sqrt{3} - \operatorname{tg} \left(1 + \frac{\pi}{6}\right) = 0;$

6) $\operatorname{ctg} \left(3x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{3}};$

8) $6\operatorname{tg}(2x + 5) - 1 = 0.$

4.4 Тригонометрические уравнения

№ 180. Решить уравнение:

1) $2\sin^2 x + \sin x - 1 = 0;$

3) $3\sin^2 x + 2\sin x - 8 = 0;$

5) $2\cos^2 x + \cos x - 1 = 0;$

7) $2\cos^2 x + \cos x - 6 = 0;$

9) $\operatorname{tg}^2 x - 3\operatorname{tg} x - 4 = 0;$

11) $\operatorname{tg}^2 x - \operatorname{tg} x + 1 = 0;$

2) $3\sin^2 x - 5\sin x - 2 = 0;$

4) $2\sin^2 x + \sin x = 0;$

6) $6\sin^2 x + 7\cos x - 3 = 0;$

8) $3\cos^2 x - 5\cos x - 12 = 0;$

10) $3\operatorname{tg}^2 x - 5\operatorname{tg} x + 5 = 0;$

12) $\operatorname{tg} x - 12\operatorname{ctg} x + 1 = 0.$

№ 181. Решить уравнение:

1) $\sqrt{3} \cos x + \sin x = 0;$

3) $\sin x = 2 \cos x;$

5) $2\sin 2x = 3 \cos 2x;$

2) $\cos x = \sin x;$

4) $2\sin x + \cos x = 0;$

6) $4\sin 3x + 5\cos 3x = 0;$

№ 182. Решить уравнение:

1) $4\sin^2 x - 5\sin x \cos x - 6 \cos x = 0;$

2) $3\sin^2 x - 7\sin x \cos x + 2\cos^2 x = 0;$

- 3) $2\sin^2 x + 3\sin x \cos x - 2\cos^2 x = 0$;
- 4) $4\sin^2 x - 8\sin x \cos x + 10\cos^2 x = 3$;
- 5) $3\sin^2 x - 4\sin x \cos x + 5\cos^2 x = 2$;
- 6) $1 + \sin^2 x = 2 \sin x \cos x$;
- 7) $1 + 7\cos^2 x = 3 \sin 2x$;
- 8) $\sin 2x + 2\cos 2x = 1$;
- 9) $\cos 2x + 3\sin 2x = 3$;
- 10) $3 + \sin 2x = 4\sin^2 x$.

№ 183. Решить уравнение:

- 1) $2\cos^2 2x - 1 = \sin 4x$;
- 2) $4 \sin x + \cos x = 6$;
- 3) $\sin 2x + \cos 5x = 0$
- 4) $5\sin x + \cos x = 5$

№ 184. Решить уравнение:

- 1) $\cos x \sin 9x = \cos 3x \sin 7x$;
- 3) $\sin x \sin 3x = -\frac{1}{2}$;
- 2) $\sin x \cos 5x = \sin 9x \cos 3x$;
- 4) $\cos x \cos 3x = -\frac{1}{2}$.

№ 185. Решить уравнение:

- 1) $\operatorname{tg} x = \sin 2x$;
- 2) $\sin x = \operatorname{tg} 2x$;
- 3) $\operatorname{tg} \frac{x}{2} + \operatorname{tg} x = 0$;
- 4) $\operatorname{tg} 2x - \operatorname{tg} x = \operatorname{tg} 2x \operatorname{tg} x$;
- 5) $1 + \cos = \operatorname{ctg} \frac{x}{2}$;
- 6) $\operatorname{tg} x - 4 = 3\operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{2} + x \right)$.

№ 186. Решить уравнение:

- 1) $2\cos^2 2x + 3 \sin 4x + 4\sin^2 2x = 0$;
- 2) $2\sin^2 2x + \frac{1}{4}\cos^2 2x = 1$;
- 3) $2\cos^2 2x + 3 \sin 4x + 4\sin^2 2x = 0$;
- 4) $\sin^2 2x + \cos^2 3x = 1 + 4 \sin x$;

№ 187. Решить уравнение:

- 1) $\cos x \cos 2x = \sin x \sin 2x$;
- 3) $\sin 3x \cos x = \sin 2x \cos x$;

$$5) \cos 3x \cos x = \cos 2x;$$

$$2) \sin 3x \cos x = \cos 2x \sin x;$$

$$4) \cos 5x \cos x = \cos 4x;$$

$$5) 2 \cos 2x = \sin x \cos 2x$$

4.5. Простейшие тригонометрические неравенства

№ 188. Решить тригонометрическое неравенство:

$$1) \sin x < 0;$$

$$2) \sin x \geq 0;$$

$$3) \sin x > -\frac{3}{2};$$

$$4) \sin x < -2;$$

$$5) \sin x \leq -\frac{\sqrt{3}}{2};$$

$$6) \sin x > -\frac{1}{2};$$

$$7) \cos x \geq 0;$$

$$8) \cos x < 0;$$

$$9) \cos x \leq \sqrt{3};$$

$$10) \cos x \leq -1;$$

$$11) \cos x \leq \frac{1}{2};$$

$$12) \cos x > \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$13) \sin x \geq \frac{\sqrt{2}}{2};$$

$$14) \cos x \geq -\frac{1}{2};$$

$$15) \operatorname{tg} x \leq 3;$$

$$16) \operatorname{tg} x > -2;$$

$$17) \operatorname{tg} x > -1;$$

$$18) \operatorname{tg} x \leq \sqrt{3};$$

$$19) \operatorname{tg} x < 0;$$

$$20) \operatorname{tg} x \geq 0;$$

РАЗДЕЛ 5. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ

■ Производные элементарных функций

№ 189. Найти производную функции:

- | | | |
|-----------------------|----------------------------|---------------------------------|
| 1) x^{10} ; | 6) $\sqrt[5]{x}$; | 10) $\frac{3}{7x^6}$; |
| 2) x^6 ; | 7) $\frac{1}{3\sqrt{x}}$; | 11) $\frac{5}{\sqrt[5]{x^4}}$; |
| 3) $3x^4 + 2x^{15}$; | 8) $\frac{1}{x\sqrt{x}}$; | 12) $2x\sqrt[3]{x^2}$; |
| 4) $7x^3 + 3x^7$; | 9) $\frac{1}{2x^3}$; | 13) $\frac{4}{x^4\sqrt{x^3}}$ |
| 5) $\sqrt[3]{x}$; | | |

№ 190. Найти $f'(3)$ и $f'(1)$, если:

- | | |
|---|---|
| 1) $f'(x) = 2x^3$ | 2) $f'(x) = -5x + 2$ |
| 3) $f'(x) = 4x - 1$ | 4) $f'(x) = 3x^2 - x$ |
| 5) $f'(x) = \frac{1}{3} + \frac{1}{x^2}$; | 6) $f'(x) = \sqrt{x} + \frac{1}{x} + 1$; |
| 7) $f'(x) = \frac{3}{\sqrt{x}} + \frac{2}{x^3}$; | 8) $f'(x) = x^{\frac{3}{2}} - x^{-\frac{3}{2}}$; |

№ 191. Решить уравнение $f'(x) = 0$, если:

- | | |
|------------------------------------|--------------------------------------|
| 1) $f'(x) = 3x^4 - 4x^3 - 12x^2$; | 2) $f'(x) = (x - 2)^3 x \sqrt[3]{x}$ |
| 3) $f'(x) = x^2 + \frac{1}{x^2}$; | 4) $f'(x) = x^4 + 4x^2 - 8x^2 - 5$; |

№ 192. Решить уравнение $f'(x) = 1$, если:

- | | |
|---|---------------------------------------|
| 1) $f'(x) = x^4 + 8x^3 + x - 3$; | 3) $f'(x) = 2x^5 + 5x^2 + x + 4$; |
| 2) $f'(x) = \frac{x^4 + x^3 + 81}{x^2}$ | 4) $f'(x) = \frac{x^3 + x^3 + 16}{x}$ |

№ 193. Решить неравенство $f'(x) > 0$, если:

- | | |
|---|--------------------------------------|
| 1) $f'(x) = x^4 - 4x^2 + 1$; | 2) $f'(x) = 3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + 3$ |
| 3) $f'(x) = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2$ | 4) $f'(x) = (x - 3)\sqrt{x}$ |

№ 194. Найти производную функции:

1) $e^x + \cos x$

2) $e^x - \sin x$

3) $\sin x - \sqrt[3]{x}$

4) $\sqrt{x} - \cos x$

5) $3 \sin x$

6) $-2 \cos x$

7) $\frac{3}{10}e^x$

8) $\frac{1}{2}\cos x$

9) $3x^5 - 8 \ln x$

10) $\frac{1}{4}x^8 + 3 \sin x$

11) $3\sqrt[3]{x} - 4 \cos x$

12) $\frac{5}{x} + 4e^x$

13) $6\sqrt[3]{x} + 5 \ln x$

14) $3x\sqrt[3]{x}$

15) $\frac{1}{x\sqrt{x}} + 5 \cos x$

16) $\frac{1}{x\sqrt[3]{x}} - 4 \sin x$

17) $3x^2 - 4\sqrt[3]{x} + e^x$

18) $x^9 + 3x^{\frac{1}{9}} + 5 \ln x$

19) $3x^{\frac{5}{6}} - 5x^{-\frac{4}{5}} - \frac{1}{4}e^x$

20) $2x^8 - 4x^{\frac{3}{4}} - \frac{1}{3}\sin x$

№ 195. Найти производную функции:

1) $\frac{1}{5}x^2 + 2 \ln x - \cos x$;

2) $x^2(x - 1) + 3 \sin x + 4 \cos x$;

3) $x(x + 2)^2 + 2 \ln x - 3 \cos x$;

4) $(x + 3)(2x - 1) + e^x - \sin x$;

№ 196. Найти производную функции:

1) $(x + 3)^8$

2) $\sqrt{x + 5}$

3) $\frac{3}{\sqrt[3]{x-4}}$

4) $\frac{1}{(x-1)^3}$

5) $\sqrt[5]{3 - 5x}$

6) $\sqrt{3x + 2}$

7) $\frac{1}{\sqrt{4x+1}}$

8) $\frac{5}{\sqrt[3]{2-9x}}$

9) $\sin 5x$

10) $\sin(7x - 2)$

11) $\ln 3x$

12) e^{2x}

13) $e^{\frac{x}{4}}$

14) $\sin \frac{2x}{3}$

15) $\cos(-4x + 1)$

16) $\cos(5x - 3)$

17) $\sin(\frac{2x}{9} + 5)$

18) $\sin \frac{x+3}{2}$

19) $\cos \frac{1-x}{3}$

20) $\ln(3x^2 - 4x)$

№ 197. Найти $f'(x_0)$, если:

1) $f(x) = 3x - 4x^2$, $x_0 = 2$

2) $f(x) = 3x^3 - 4x^2$, $x_0 = 1$

3) $f(x) = \sin x - 2$, $x_0 = \frac{\pi}{3}$

4) $f(x) = \cos 3x$, $x_0 = \frac{\pi}{6}$

5) $f(x) = e^x - 3x$, $x_0 = -1$

6) $f(x) = \frac{4}{x} + x^3$, $x_0 = 2$

№ 198. Решить уравнение $f'(x) = 0$, если

1) $f'(x) = x - \cos x$;

2) $f'(x) = 3^{2x} - 2x \ln 3$;

3) $f'(x) = 2^x + 2^{-x}$;

4) $f'(x) = x + \ln(2x + 1)$.

№ 199. Решить неравенство $f'(x) > 0$, если:

1) $f(x) = e^x - x$;

2) $f(x) = 6x + 3 \cos 3x$;

3) $f(x) = \ln x - x$;

4) $f(x) = x - 2 \ln x$;

5) $f(x) = 6x - x\sqrt{x}$;

6) $f(x) = (x + 1)\sqrt{x + 1} - 3x$

■ Геометрический смысл производной

№ 200. Найти угол между осью Ох и касательной к графику функции $y = f(x)$

в точке с абсциссой x_0 :

1) $f(x) = \frac{1}{2}x^2$, $x_0 = 1$

2) $f(x) = 2\sqrt{x}$, $x_0 = 3$;

3) $f(x) = \frac{2}{3}x\sqrt{x}$, $x_0 = 3$;

4) $f(x) = \frac{1}{3}x^3$, $x_0 = 1$;

5) $f(x) = e^{\frac{3x+1}{2}}$, $x_0 = 0$;

6) $f(x) = \ln(2x + 1)$, $x_0 = 2$.

№ 201. Найти угол между осью Оу и касательной к графику функции $y = f(x)$

в точке с абсциссой $x = 0$:

1) $f(x) = x + e^{-x}$;

2) $f(x) = \ln(2x + 1) + \frac{3}{x+1}$;

3) $f(x) = x(x + 3) + \frac{2}{2x+1}$;

4) $f(x) = \cos x$;

5) $f(x) = \sqrt{x+3} - \frac{3}{\sqrt{x+3}}$;

6) $f(x) = \sqrt{x+1} + e^{\frac{x}{2}}$.

№ 202. Написать уравнение прямой с угловым коэффициентом k , проходящей через точку $(x_0; y_0)$, если:

- | | |
|---|--|
| 1) $k = 2, \quad x_0 = 1, \quad y_0 = -1;$ | 2) $k = \frac{1}{3}, \quad x_0 = 1, \quad y_0 = 0;$ |
| 3) $k = -3, \quad x_0 = 0, \quad y_0 = 1;$ | 4) $k = -\frac{1}{2}, \quad x_0 = 0, \quad y_0 = 0;$ |
| 5) $k = -\frac{1}{2}, \quad x_0 = -2, \quad y_0 = -3;$ | 6) $k = -2, \quad x_0 = 3, \quad y_0 = -4;$ |
| 7) $k = \frac{2}{3}, \quad x_0 = \frac{1}{3}, \quad y_0 = \frac{1}{3};$ | 8) $k = 3, \quad x_0 = -2, \quad y_0 = 1.$ |

№ 203. Написать уравнение прямой, проходящей через точку $(x_0; y_0)$ и образующей с осью Ох угол α , если:

- | | |
|--|---|
| 1) $\alpha = \frac{\pi}{4}; \quad x_0 = 2; \quad y_0 = -3;$ | 2) $\alpha = \frac{\pi}{6}, \quad x_0 = 6, \quad y_0 = -5;$ |
| 3) $\alpha = \frac{\pi}{3}, \quad x_0 = -2, \quad y_0 = -3;$ | 4) $\alpha = \frac{3\pi}{4}, \quad x_0 = -1, \quad y_0 = -1;$ |
| 5) $\alpha = \frac{3\pi}{4}, \quad x_0 = 1, \quad y_0 = 1;$ | 6) $\alpha = \frac{2\pi}{3}, \quad x_0 = 4, \quad y_0 = -3;$ |
| 7) $\alpha = \frac{5\pi}{6}, \quad x_0 = -6, \quad y_0 = 4;$ | 8) $\alpha = \frac{\pi}{4}, \quad x_0 = -3, \quad y_0 = 2.$ |

№ 204. Найти угловой коэффициент касательной к графику функции $y = f(x)$ в точке с абсциссой x_0 :

- | | |
|---------------------------------------|---|
| 1) $f(x) = x^3, \quad x_0 = 1;$ | 2) $f(x) = e^x, \quad x_0 = \ln 3;$ |
| 3) $f(x) = 3x^2 - 4x, \quad x_0 = 2;$ | 4) $f(x) = \sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}, \quad x_0 = 1;$ |
| 5) $f(x) = \ln x, \quad x_0 = 1;$ | 6) $f(x) = \sin x, \quad x_0 = \frac{\pi}{4}.$ |

№ 205. Написать уравнение касательной к графику функции $y = f(x)$ в точке с абсциссой x_0 :

- | | |
|--|--|
| 1) $f(x) = x^2 + x + 1, \quad x_0 = 1;$ | 2) $f(x) = x - 3x^2, \quad x_0 = 2;$ |
| 3) $f(x) = \frac{1}{x}, \quad x_0 = 3;$ | 4) $f(x) = -2x + x^2 - 4, \quad x_0 = -1;$ |
| 5) $f(x) = \sin x, \quad x_0 = \frac{\pi}{4};$ | 6) $f(x) = e^x, \quad x_0 = 0;$ |
| 7) $f(x) = \ln x, \quad x_0 = 1;$ | 8) $f(x) = \sqrt{x}, \quad x_0 = 1.$ |

№ 206. Написать уравнение касательной к графику функции $y = f(x)$ в точке с абсциссой $x_0 = 0$:

- | | |
|----------------------------------|-----------------------------------|
| 1) $f(x) = x^5 - x^3 + 3x - 1$; | 2) $f(x) = x^4 + 3x^2 - 4x + 2$; |
| 3) $f(x) = \sqrt{x+4}$; | 4) $f(x) = \sqrt[3]{x+1}$; |
| 5) $f(x) = x - 2\sqrt{x+1}$; | 6) $f(x) = x + \frac{1}{x+1}$; |
| 7) $f(x) = e^{2x} + \sin x$; | 8) $f(x) = \sin 2x - \ln(x+1)$. |

▪ **Физическое приложение производной**

№ 207. Точка движется прямолинейно по закону $S = t^3 + 5t^2 + 4$. Найти все величины скорости и ускорения в момент времени $t = 2$ с.

№ 208. Точка движется прямолинейно по закону $S = t^2 - 8t + 4$. Найти в какой момент времени t_0 скорость точки окажется равной нулю?

№ 209. Тело массой $m = 12$ кг. Двигается прямолинейно по закону $S = t^2 + 2t = 3$. Найдите кинетическую энергию тела $\left(\frac{mv^2}{2}\right)$ через 5 с. После начала движения. Здесь v – скорость тела.

№ 210. Зависимость температуры тела T от времени t задана уравнением $T = \frac{1}{2}t^2 - 2t + 3$. С какой скоростью нагревается это тело в момент времени $t = 10$ с?

№ 211. Сила тока $I(A)$ изменяется в зависимости от времени $t(c)$ по закону $I = 3t^2 + 2t + 1$. Найдите скорость изменения силы тока через 8 с.

▪ **Исследование функции с помощью производной**

№ 212. Найдите промежутки возрастания и убывания функции:

- | | |
|---|-------------------------------------|
| 1) $y = x^2 - 6x + 5$; | 2) $y = 2x^2 - 4x + 5$ |
| 3) $y = -x^2 + 4x + 1$; | 4) $y = x^3 - 3x^2 + 1$ |
| 5) $y = -\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + 2$; | 6) $y = -2x^3 + 15x^2 - 36x + 20$; |
| 7) $y = x^4 - 4x + 4$; | 8) $y = -\frac{1}{4}x^4 - x - 1$; |

9) $y = \frac{1}{2x}$;

10) $f(x) = \frac{1}{3x-2}$;

11) $y = \ln x^2$;

12) $y = \ln \frac{1}{x}$;

13) $y = \frac{1}{2}x^2 - \ln x$;

14) $y = e^{-x}$;

15) $y = e^{\frac{1}{x}}$

16) $y = \sqrt{x^2 - 3x}$

№213. Найти стационарные точки функции:

1) $y = x^2 - 6x + 5$;

2) $y = x^2 - 14x + 15$;

3) $y = 2x^3 - 15x^2 + 36x$;

4) $y = e^{2x} - 2e^x$;

5) $y = \frac{x}{2} + \frac{8}{x}$;

6) $y = \frac{x}{3} + \frac{12}{x}$.

№214. Исследуйте функцию на экстремум:

1) $y = x^2 - 8x + 12$;

2) $y = x^2 - 10x + 9$;

3) $y = -x^2 + 2x + 3$;

4) $y = -2x^2 + x + 1$;

5) $y = 2x^4 - x$;

6) $y = -\frac{1}{4}x^4 + 8x$;

7) $y = \frac{1}{3}x^3 - 4x$;

8) $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2$;

9) $y = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 8$;

10) $y = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 8$;

11) $f(x) = e^x + e^{-x}$;

12) $f(x) = x^2 e^{-x}$;

13) $f(x) = x - 2 \ln x$;

14) $f(x) = x \ln x$.

№215. Исследуйте на направление выпуклости кривую:

1) $y = -\frac{1}{x}$ в точках $x_1 = -1, x_2 = 1$;

2) $y = \frac{1}{x^2}$ в точках $x_1 = -2, x_2 = 1$.

№216. Найдите промежутки выпуклости кривой:

1) $y = 2x^2$;

2) $y = x^2$;

3) $y = x^3 - 6x^2 + 2x - 6$;

4) $y = x^2 + 3x - 1$;

5) $y = x^3 - 6x^2 + 2x - 6$;

6) $y = x^4 - 2x^3 - 12x^2 + 24x + 8$.

№217. Найдите точки перегиба кривой:

1) $f(x) = x^3 - x$;

2) $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 8x - 4$;

3) $f(x) = x^4 - 8x^3 + 18 - 48x + 31$;

4) $f(x) = x^4 - 6x^3 + 12x^2 - 10$.

■ **Применение производной к построению графиков функций**

№218. Построить график функции:

1) $f(x) = 3 - 2x - 2x^2 - x^3$;

2) $f(x) = x^3 - x^2 + x - 1$;

3) $f(x) = x^5 + x^3 + x - 1$;

4) $f(x) = 1 - 2x + 2x^3 - x^5$;

5) $f(x) = x^4 + x^2 + 1$;

6) $f(x) = 1 - 2x^2 - x^4$.

№219. Построить график функции:

1) $y = -x^3 + 4x^2 - 4x$;

2) $y = \frac{1}{10}x^5 - \frac{5}{6}x^3 + 2x$;

3) $y = x^3 - x^2 - x + 1$;

4) $y = 2 + 3x - x^3$;

5) $y = -x^4 + 8x^2 - 16$;

6) $y = -x^3 + 4x^2 - 3$;

7) $y = \frac{1}{9}x^3(x + 4)$;

8) $y = \frac{1}{5}x^3(8 - 3x)$;

9) $y = \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{24}x^6$;

10) $y = 6x^4 - 4x^6$;

11) $y = 2 + 5x^3 - 3x^5$;

12) $y = 3x^5 - 5x^3$.

№220. Построить график функции:

1) $y = -2x - \frac{1}{2x}$;

2) $y = 3x + \frac{1}{3x}$;

2) $y = x - \frac{9}{x}$;

4) $y = x - \frac{1}{\sqrt{x}}$.

■ **Наибольшее и наименьшее значения функции**

№221. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции в заданном промежутке:

1) $y = x^2 - 6x + 3, x \in [0; 5]$;

2) $y = x^2 + 6x + 13, x \in [0; 6]$;

3) $y = x^2 - 8x + 4, x \in [-2; 2]$;

4) $y = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x^3, x \in [1; 3]$;

$$5)y = x - \frac{1}{4}x^2, \quad x \in [-2; 4]; \quad 6)y = -x^3 + 9x^2 + 24x + 10, \quad x \in [1; 3].$$

№222. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции в заданном промежутке:

$$\begin{array}{ll} 1)y = x + \frac{1}{x}, \quad x \in \left[-2; -\frac{1}{2}\right]; & 2)y = x - \sqrt{x}, \quad x \in [0; 4]; \\ 3)y = \ln x - x, \quad x \in \left[\frac{1}{2}; 3\right]; & 4)y = x + e^{-x}, \quad x \in [-1; 2]. \end{array}$$

№223. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции в заданном промежутке:

$$\begin{array}{ll} 1)y = \sin x + \cos x, \quad x \in \left[\pi; \frac{3\pi}{2}\right]; & 2)y = \sin x + \cos x, \quad x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]; \\ 3)y = 3 \sin x + 4 \cos x, \quad x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]; & 4)y = \sin x + 2\sqrt{2} \cos x, \quad x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]. \end{array}$$

▪ **Дифференциал функции. Приложение дифференциала к приближенным вычислениям**

№224. Найдите дифференциал функции:

$$\begin{array}{ll} 1)y = (1 - x)^5; & 2)y = \sqrt{4 - 2x^2}; \\ 3)y = \frac{1}{\sqrt{2x-1}}; & 4)y = \ln \cos 2x; \\ 5)y = \ln \operatorname{tg} 2x; & 6)y = 2^{3x}; \\ 7)y = e^x \sin x; & 8)y = 1 + e^x. \end{array}$$

№225. Вычислите приближенное значение приращения функции:

$$\begin{array}{ll} 1)y = 3x^2 + 5x + 1 & \text{при } x = 3, \Delta x = 0,001; \\ 2)y = x^3 + x - 1 & \text{при } x = 2, \Delta x = 0,001; \\ 3)y = 2x^2 + 3 & \text{при } x = 2, \Delta x = 0,001; \\ 4)y = x^3 - 5x^2 + 80 & \text{при } x = 4, \Delta x = 0,001; \\ 5)y = \ln x & \text{при } x = 10, \Delta x = 0,01; \\ 6)y = \frac{4}{3}\pi R^3 & \text{при } x = R = 20, \Delta x = 0,01; \end{array}$$

7) $y = \sin 2x$ при $x = \frac{\pi}{6}$, $\Delta x = 0,02$;

8) $y = \ln x^2$ при $x = 20$, $\Delta x = 0,01$.

№226. Вычислите приближенное значение функции:

1) $f(x) = 2x^2 - x + 1$ при $x = 2,01$;

2) $f(x) = x^2 + 3x + 1$ при $x = 3,02$;

3) $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 2x + 4$ при $x = 1,1$;

4) $f(x) = x^3 + x^2 + x + 1$ при $x = 0,001$;

5) $f(x) = x^4 - 1$ при $x = -3,3$;

6) $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+3}}$ при $x = 1,1$;

7) $f(x) = x^3 - x^2 + x - 3$ при $x = 3,03$;

8) $f(x) = 3x^3 - x^2 + 5x - 1$ при $x = 3,02$.

№227. Вычислите приближенное значение степени:

1) $(9,06)^2$; 2) $(1,012)^3$; 3) $\sqrt{99,5}$;

4) $(1,005)^{10}$; 5) $(0,975)^4$; 6) $(0,988)^3$;

№228. Вычислите приближенное значение корня:

1) $\sqrt[3]{1,012}$; 2) $\sqrt{24,84}$; 3) $\sqrt{99,5}$;

4) $\sqrt{25,16}$; 5) $\sqrt{101}$; 6) $\sqrt[10]{1,03}$.

РАЗДЕЛ 6. ИНТЕГРАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ

6.1. Первообразная функции

№229. Найти первообразную для функции:

1) $x^5 - x^2 + 7$; 2) $6x^3 - x + 4$;

3) $-3x^4 + x^6$; 4) $\frac{1}{2}x + 4x^3 - 5$;

5) $8x^2 - \frac{1}{3}x + 2x^7$; 6) $-3x + \frac{4}{5}x^3 + 6$;

$$7) \frac{1}{x} + \frac{3}{x^2};$$

$$8) \frac{2}{x} - \frac{1}{x^3} + \frac{1}{x^5};$$

$$9) 4\sqrt[3]{x} - 6\sqrt{x};$$

$$10) \sqrt[3]{x} + 2\sqrt[4]{x} - \sqrt[5]{x}.$$

№230. Найти первообразную для функции:

$$1) 3 \cos x - 4 \sin x;$$

$$2) 2 \sin x + 5 \cos x;$$

$$3) 3e^x - \sin x;$$

$$4) \frac{1}{4}e^x + 9 \sin x - 3;$$

$$5) 1 + 3e^x - \cos x;$$

$$6) e^x - 2 \cos x.$$

№231. Найти первообразную для функции:

$$1)(4x + 5)^3;$$

$$2)(8x + 7)^5;$$

$$3)\left(\frac{1}{7}x - 1\right)^7;$$

$$4)(2x - 3)^{\frac{2}{5}};$$

$$5)\sqrt{3 - 2x};$$

$$6)\sqrt[3]{2 - 3x}.$$

№232. Найти первообразную для функции:

$$1)(4x + 5)^3;$$

$$2)\cos(5x - 2);$$

$$3)e^{-2x};$$

$$4)\cos \frac{x}{2};$$

$$5)\sin \frac{x}{3};$$

$$6)\sin(-5x);$$

$$7)\sin(2x + 3);$$

$$8)e^{\frac{x}{7}};$$

$$9)\sin\left(\frac{x}{4} + 5\right);$$

$$10)\cos\left(3 - \frac{x}{5}\right);$$

$$11)e^{4+7x};$$

$$12)e^{3x-5}$$

№233. Найти первообразную для функции:

$$1)e^{2x} - \cos 3x;$$

$$2)2 \sin \frac{x}{5} - 5e^{2x+\frac{1}{3}};$$

$$3)\sqrt{\frac{x}{5}} + 4 \sin(4x + 2);$$

$$4)\frac{4}{\sqrt{3x+1}} - \frac{3}{2x-5}.$$

№234. Найти первообразную для функции:

1) $(2x + 1)\sqrt{x}$;

2) $(3x - 2)\sqrt[3]{x}$;

3) $\frac{x+4}{\sqrt[3]{x}}$;

4) $\frac{x-3}{\sqrt{x}}$.

№235. Для функции $f(x)$ найти первообразную, график которой проходит через точку M

1) $f(x) = 2x + 3, M(1; 2)$;

2) $f(x) = \frac{1}{(x+1)^2}, M(-2; 2)$;

3) $f(x) = \sin 2x, M\left(\frac{\pi}{2}; 5\right)$;

4) $f(x) = \sqrt{x+2}, M(-2; -1)$;

5) $f(x) = \frac{1}{x+3}, M(-2; 4)$;

6) $f(x) = 4x - 1, M(-1; 3)$;

7) $f(x) = -x + x^2 + 1, M(1; 2)$;

8) $f(x) = \cos 3x, M(0; 0)$.

6.2. Неопределенный интеграл. Непосредственное интегрирование.

№236. Вычислить интеграл методом непосредственного интегрирования

1) $\int 3x^2 dx$;

2) $\int 4t^3 dt$;

3) $\int x^4 dx$;

4) $\int (2 + x^2) dx$;

5) $\int x^{(m-1)} dx$;

6) $\int \left(\frac{4}{x} - \frac{3}{x^4}\right) dx$;

7) $\int \frac{dx}{x^2}$;

8) $\int (\sin x - 5) dx$;

9) $\int (2x^2 - 1)^2 dx$;

10) $\int (3x^{-4} + 8x^5) dx$;

11) $\int x^3 \cdot (1 - 6x^2) dx$;

12) $\int (x^4 - x^{-3} - 3x^{-2} + 1) dx$;

13) $\int (3u^{3/2} - 7u^{3/4}) du$;

14) $\int 4^{2x} dx$;

15) $\int 5^x dx$;

16) $\int (3^x - e^x - 1) dx$;

17) $\int (e^x + 2x) dx$;

18) $\int \cos 4x dx$;

19) $\int \left(\frac{x^2 \cos x + \sqrt[3]{x^7}}{x^2}\right) dx$;

20) $\int \frac{\sin 2x}{\cos x} dx$

21) $\int \sin 6x dx$;

22) $\int (4 - 3\cos x) dx$;

23) $\int \frac{\cos x dx}{3 \sin x - 1}$;

24) $\int \frac{\cos x dx}{3 + 2 \sin x}$;

$$25) \int \frac{\sin x dx}{2 - \cos x};$$

$$27) \int \frac{dx}{\cos^2 5x};$$

$$29) \int \frac{dx}{\sqrt{5-4x^2}};$$

$$31) \int \frac{dx}{25+x^2};$$

$$26) \int \frac{dx}{\sin^2(3x+2)};$$

$$28) \int \frac{2dx}{\sqrt{1-x^2}};$$

$$30) \int \frac{du}{\sqrt{5-u^2}};$$

$$32) \int \frac{dx}{2+3x^2}.$$

№ 237. Вычислить неопределенный интеграл методом замены переменной (способом подстановки)

$$1) \int \sin 4x dx$$

$$3) \int \cos(6x - 4) dx$$

$$5) \int (7 - 2x)^3 dx ;$$

$$7) \int \frac{dx}{(4-3x)^2};$$

$$9) \int \frac{dz}{(5z+1)^3};$$

$$11) \int \sqrt{2x-1} dx;$$

$$13) \int \frac{dx}{\sqrt{(3x+1)^3}};$$

$$15) \int 4(x^4 - 1) x^3 dx;$$

$$2) \int \cos\left(\frac{2x}{3}\right) dx$$

$$4) \int \sin(3 - 2x) dx$$

$$6) \int (5t - 1)^4 dt;$$

$$8) \int \frac{dx}{(3x+1)^2};$$

$$10) \int \sqrt[3]{(3x+1)^2} dx ;$$

$$12) \int \sqrt[5]{(4t-3)^3} dt ;$$

$$14) \int \frac{dx}{\sqrt[3]{(3x-5)^2}};$$

$$16) \int (x^2 + 3)^5 x dx$$

№ 238. Вычислить неопределенный интеграл методом замены переменной (способом подстановки)

$$1) \int \frac{6z^2 dz}{(1-2z^3)^4};$$

$$3) \int \sqrt{e^x + 1} e^x dx ;$$

$$5) \int \frac{x^3 dx}{(5x^4+3)^5};$$

$$7) \int \sqrt{(x^4 - 1)^3} \cdot x^3 dx;$$

$$9) \int \sqrt{2 \sin x - 1} \cdot \cos x dx ;$$

$$11) \int \frac{\cos x dx}{\sqrt{1-\sin x}};$$

$$13) \int \sqrt[3]{(1-3x^2)^4} \cdot x dx;$$

$$2) \int \frac{x dx}{\sqrt{x^2+1}};$$

$$4) \int \frac{x^2 dx}{\sqrt{(x^3-1)^3}};$$

$$6) \int \sin(5x + 7) dx;$$

$$8) \int \operatorname{tg} x dx;$$

$$10) \int \frac{x}{\sqrt{2x^2-5}} dx;$$

$$12) \int \frac{x}{x^2+5} dx;$$

$$14) \int \frac{e^x}{3+e^x} dx;$$

$$15) \int \sqrt{2 \sin x + 1} \cdot \cos x \, dx;$$

$$17) \int \frac{e^{3x} dx}{e^{3x} + 1};$$

$$19) \int \frac{\cos x \, dx}{2 \sin x + 1};$$

$$21) \int \sqrt{(3z^4 + 2)^3} \cdot z^3 \, dz;$$

$$23) \int \frac{x^3 dx}{\sqrt[3]{(5x^4 + 2)^2}};$$

$$16) \int \cos 3x dx;$$

$$18) \int \operatorname{ctg} x \, dx;$$

$$20) \int \frac{\cos x}{4 + 3 \sin x} dx;$$

$$22) \int \cos^4 x \cdot \sin x \, dx;$$

$$24) \int \sqrt[4]{(2 - \sin x)^3} \cdot \cos x \, dx.$$

6.3. Геометрические и физические приложения неопределенного интеграла

№ 239. Составьте уравнение кривой, если угловой коэффициент касательной в каждой ее точке равен $-3x$.

№ 240. Составьте уравнение кривой, если угловой коэффициент касательной в каждой ее точке равен $x + 2$.

№ 241. Составьте уравнение кривой, если угловой коэффициент касательной в каждой ее точке равен $-\frac{y}{x}$.

№ 242. Составьте уравнение кривой, если угловой коэффициент касательной в каждой ее точке равен $\frac{x}{y}$.

№ 243. Составьте уравнение кривой, если угловой коэффициент касательной в каждой ее точке равен $-\frac{x}{y}$.

№ 244. Составьте уравнение кривой, проходящей через начало координат, если угловой коэффициент касательной в любой точке равен $\frac{x}{3}$.

№ 245. Составьте уравнение кривой, проходящей через точку $(1; 4)$, если угловой коэффициент касательной к кривой в каждой точке равен $3x^2 - 2x$.

№ 246. Составьте уравнение кривой, проходящей через точку $(-1; 3)$, если угловой коэффициент касательной в каждой точке кривой равен утроенному квадрату абсциссы точки касания.

№ 247. Скорость прямолинейного движения точки изменяется по закону $v = t^2 - St + 2$. Найдите закон движения точки.

№ 248. Скорость прямолинейного движения точки изменяется по закону $v = 4t - St^2$. Найдите закон движения точки.

№ 249. Скорость прямолинейного движения точки задана уравнением $v = 2t - 3$. Найдите закон движения точки, если к моменту начала отсчета она прошла путь 6 м.

№ 250. Скорость прямолинейного движения точки задана уравнением $v = 3t^2 + 4t - 1$. Найдите закон движения точки, если в начальный момент времени она находилась в начале координат.

№ 251. Скорость прямолинейного движения точки задана формулой $v = 2 \cos t$. Найдите закон движения точки, если в момент $t = \pi/6$ точка находилась на расстоянии $S = 4$ м от начала отсчета.

№ 252. Тело брошено вертикально вверх с начальной скоростью v_0 . Найдите закон движения этого тела (сопротивлением воздуха пренебречь).

№ 253. Точка движется прямолинейно с ускорением $a = 12t^2 + 6t$. Найдите закон движения точки, если в момент $t = 1$ с ее скорость $v = 8$ м/с, а путь $S = 6$ м.

№ 254. Точка движется прямолинейно с ускорением $a = -6t + 18$. В момент времени $t = 0$ (начало отсчета) начальная скорость $v_0 = 24$ м/с, расстояние от начала отсчета $S_0 = 15$ м. Найдите: 1) скорость и закон движения точки; 2) значения ускорения a , скорости v и пути S в момент $t = 2$ с; 3) максимальную скорость v_{max} и соответствующее время t_m когда скорость является наибольшей.

6.2. Определенный интеграл.

№ 255. Вычислить определенный интеграл

1) $\int_1^3 x^3 dx$

2) $\int_{-1}^1 (1 - \sqrt[3]{x^2}) dx;$

3) $\int_0^2 (2 + 4x) dx;$

4) $\int_2^3 4x dx$

5) $\int_{-1}^1 (x^2 - 2) dx;$

6) $\int_0^2 (2x + x^3) dx;$

7) $\int_1^2 \frac{x-1}{x^3} dx;$

8) $\int_{-1}^0 \left(x + 2 - \frac{1}{x^3} \right) dx;$

9) $\int_1^4 \left(x + \frac{1}{\sqrt{x}}\right) dx;$

10) $\int_1^{16} (\sqrt{x} - 2) dx$

11) $\int_1^3 (x^2 - 3x - 4) dx;$

12) $\int_0^4 (1 - \sqrt{x}) dx$

13) $\int_2^4 \left(\frac{2}{x} - 5x\right) dx;$

14) $\int_1^2 \left(4 + \frac{3}{x}\right) dx.$

№ 256. Вычислить определенный интеграл

1) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x dx;$

2) $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\pi} \sin 4x dx;$

3) $\int_0^{\pi} 3 \cos 4x dx;$

4) $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} 5 \cos \frac{x}{2} dx;$

5) $\int_{-\frac{\pi}{2}}^0 \sin \frac{x}{3} dx;$

6) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos \left(\frac{x}{4} - \pi\right) dx;$

7) $\int_0^{\pi} \sin \left(2x + \frac{\pi}{2}\right) dx;$

8) $\int_{-\pi}^{\frac{\pi}{6}} 2 \sin \left(3x - \frac{\pi}{4}\right) dx .$

№ 257. Вычислить определенный интеграл

1) $\int_0^1 e^{2x} dx;$

2) $\int_1^2 2e^{3x} dx;$

3) $\int_{-1}^1 e^{-4x} dx;$

4) $\int_0^2 4e^{3x+2} dx;$

5) $\int_1^2 e^{\frac{3x}{2}} dx;$

6) $\int_{-1}^3 \frac{e^{7x}}{5} dx.$

№ 258. Сделать чертеж и вычислить площадь фигуры, ограниченной данными линиями:

1) $y = x + 2, x = 1, x = 3$ и осью Ox ;

2) $y = -2x + 1, x = -1, x = -3, y = 0$;

3) $y = 8x - x^2 - 7$ и осью Ox ;

4) $y = -x^2 + 4$ и осью Ox ;

5) $y = -x^2 + 2$ и осью Ox ;

6) $y = x^2 - 3$ и осью Ox ;

7) $y = (x - 2)^2 + 1$ и $y = x$;

8) $y = x^3, x = 0, y = 0$;

9) $y = x^2 - 3x - 4$ и осью Ox ;

10) $y = x^2 - 6x + 8$ и осью Ox ;

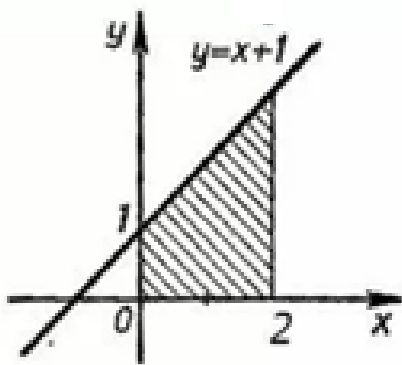
11) $y = x^2$ и $y = x + 2$;

12) $y = 6x - 3x^2$ и осью Ox ;

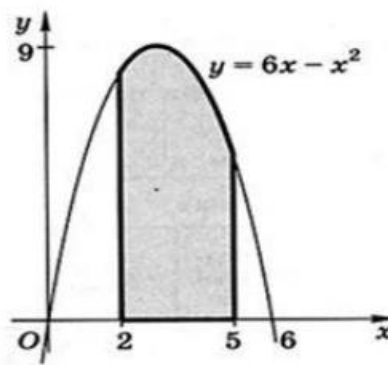
13) $y = x^2 + 2$ и $y = 2x + 2$;

14) $y = x^2 - 4$, осью $Ox, x = 1, x = -1$

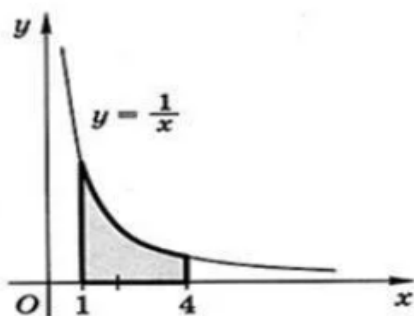
№259. Записать с помощью интегралов площади фигур, изображенные на рисунке 3:



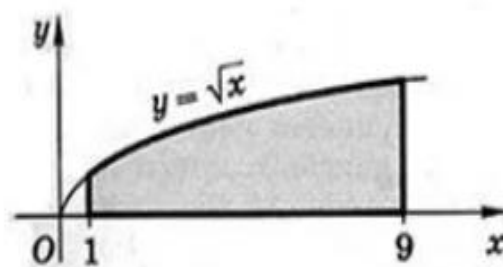
A)



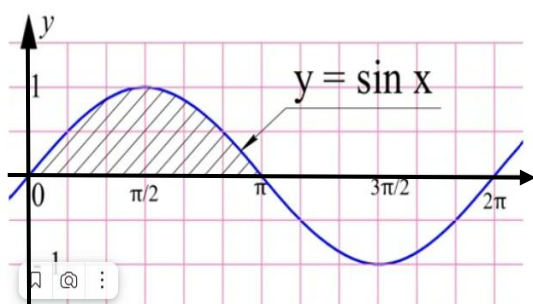
Б)



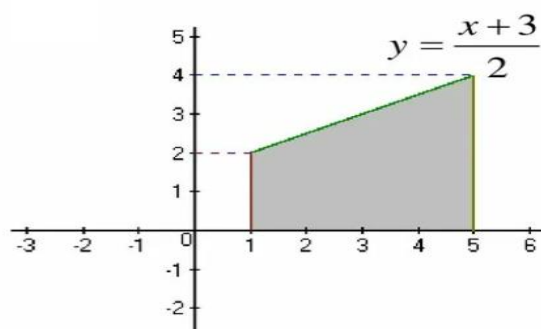
В)



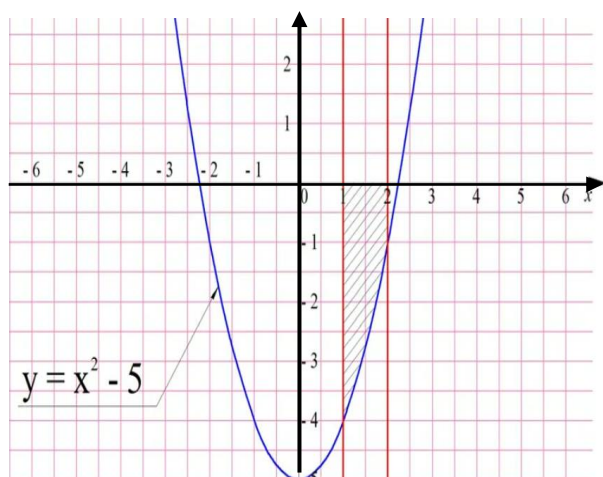
Г)



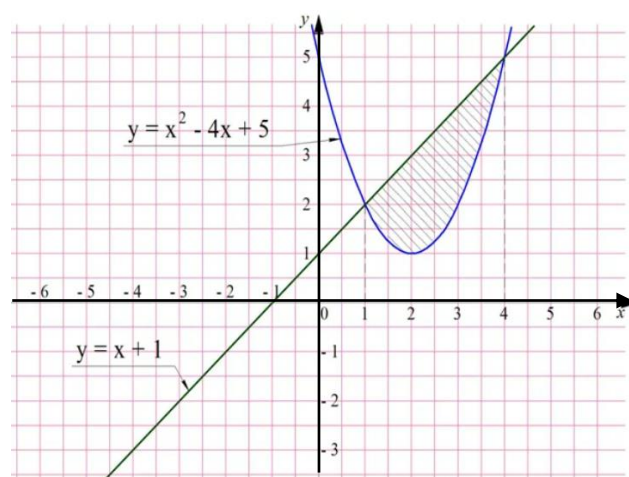
Д)



Е)



Ж)



З)

Рисунок 3 – Графики функций

№ 260. Сделать чертеж и вычислить площадь фигуры, ограниченной данными линиями:

- 1) графиком функции $y = \sqrt[3]{x}$, прямыми $x = -8$, $x = -1$ и осью Ox ;
- 2) графиком функции $y = \frac{1}{x^3}$, прямыми $x = -3$, $x = -1$ и осью Ox ;
- 3) графиком функции $y = \sin x$, прямыми $x = \frac{7\pi}{6}$, $x = \frac{5\pi}{3}$ и осью Ox ;
- 4) графиком функции $y = \cos x$, прямыми $x = \frac{3\pi}{4}$, $x = \pi$ и осью Ox .
- 5) графиком функции $y = \sqrt{x}$ и прямой $y = x$;
- 6) графиком функции $y = x^3$ и прямыми $y = 1$, $x = -2$.

ЛИТЕРАТУРА

- 1) Алгебра и начала анализа: Учебник для 10-11 классов общеобразовательных учреждений/ Ш.А. Алимов, Ю.М. Колягин, М.В. Ткачева и др. – 3-е изд. – М.: Просвещение, 2016. – 464с.
- 2) Богомоллов Н.В. Сборник заданий по математике: Учеб. для ссузов / Н.В.Богомоллов, П.И.Самойленко. – М.: Дрофа, 2010. – 400с.
- 3) Глазков Ю.А. ЕГЭ. Математика. Решение задач группы В: универсальные материалы с методическими рекомендациями, решениями и ответами / Ю.А.Глазков, И.К.Варшавский, М.Я.Гааиашвили. – М.: Изд-во «Экзамен», 2011. – 397с
- 4) Кочетков Е.С. Алгебра и элементарные функции. Часть 1. / Е.С. Кочетков, Е.С. Кочеткова. - М.: Просвещение, 1999г. – 352с