

ХАБАРОВСКИЙ ИНСТИТУТ ИНФОКОММУНИКАЦИЙ (ФИЛИАЛ)  
ФЕДЕРАЛЬНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО БЮДЖЕТНОГО  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО УЧРЕЖДЕНИЯ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«СИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ТЕЛЕКОММУНИКАЦИЙ И ИНФОРМАТИКИ»  
(ХИИК «СибГУТИ»)

СУХАНОВА С.Г.

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ  
ДЛЯ ВЫПОЛНЕНИЯ РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКОЙ РАБОТЫ  
ПО СПЕЦИАЛЬНЫМ ГЛАВАМ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА**

Хабаровск 2024 г.

## Содержание

ВВЕДЕНИЕ.....	3
1 ПРАВИЛА ВЫПОЛНЕНИЯ РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКОЙ РАБОТЫ.....	4
2 ОБЩИЕ ТРЕБОВАНИЯ К ОФОРМЛЕНИЮ РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКОЙ РАБОТЫ.....	5
3 ЗАДАНИЯ ДЛЯ РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКОЙ РАБОТЫ .....	7
3.1 Задание №1. ПРОСТЕЙШИЙ ПОТОК СОБЫТИЙ .....	7
3.2 Задание №2. МАРКОВСКИЕ ЦЕПИ С КОНЕЧНЫМ ЧИСЛОМ СОСТОЯНИЙ И ДИСКРЕТНЫМ ВРЕМЕНЕМ.....	8
3.3 Задание №3. МАРКОВСКИЕ ЦЕПИ С КОНЕЧНЫМ ЧИСЛОМ СОСТОЯНИЙ И НЕПРЕРЫВНЫМ ВРЕМЕНЕМ .....	12
3.4 Задание №4. МАРКОВСКИЕ СМО .....	18
3.5 Задание №5. МНОГОКАНАЛЬНАЯ СМО С ОТКАЗАМИ .....	19
3.6 Задание №6. МНОГОКАНАЛЬНАЯ СМО С ОГРАНИЧЕННОЙ ОЧЕРЕДЬЮ .....	20
3.7 Задание №7. МНОГОКАНАЛЬНАЯ СМО С НЕОГРАНИЧЕННОЙ ОЧЕРЕДЬЮ .....	26
3.8 Задание №8. МНОГОКАНАЛЬНАЯ СМО С ОГРАНИЧЕННОЙ ОЧЕРЕДЬЮ И ОГРАНИЧЕННЫМ ВРЕМЕНЕМ ОЖИДАНИЯ В ОЧЕРЕДИ.....	27
3.9 Задание №9. ЗАМКНУТЫЕ СМО.....	33
3.10 Задание №10. СМО С НЕ-ПУАССОНОВСКИМИ ПОТОКАМИ СОБЫТИЙ .....	39
4 КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ ОЦЕНКИ КАЧЕСТВА ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ.....	41
5 СПИСОК ИСТОЧНИКОВ.....	45

## **ВВЕДЕНИЕ**

Методические указания для выполнения расчетно-графической работы по специальным главам математического анализа, обучающимся по направлению 09.03.01 «Информатика и вычислительная техника». Дисциплина «Специальным главам математического анализа» изучается одной из последних частей из общего блока математических дисциплин. Это свидетельствует не только о ее важности в качестве предмета общей математической культуры, но и о широком применении ее методов в современных биологических, экологических, технических и др. исследованиях.

Указания содержат подробные правила выполнения и оформления расчетно-графических работ, требования к их содержанию.

Кроме того, в пособии представлены контрольные вопросы для самостоятельной оценки качества освоения дисциплины при подготовке к экзамену. Завершает пособие перечень литературы, позволяющий более углубленно изучить изложенный материал.

# **1 ПРАВИЛА ВЫПОЛНЕНИЯ РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКОЙ РАБОТЫ**

1. Расчетно-графическая работа (далее-РГР) должна быть выполнена в срок, указанный в учебном графике.
2. Студент обязан делать работу только своего варианта.
3. Номер варианта соответствует порядковому номеру студента в списке группы, упорядоченном по алфавиту. При затруднении с определением номера варианта следует обратиться к преподавателю.
4. Все задачи входящие в вариант, должны быть решены. Перед решением каждой задачи необходимо записать полный текст ее условия.
5. Решение каждой задачи студент должен сопровождать подробными объяснениями и ссылками на соответствующие формулы, теоремы и правила. Вычисления должны быть доведены до конечного числового результата.
6. При выполнении контрольной работы возможно использовать программное обеспечение для математических функций и математического моделирования.
7. При получении не допущенной к защите работы, студент должен выполнить ее повторно. Задачи с ошибками переписать заново, полностью, без ошибок и сдать на проверку вместе с не зачтенной работой.
8. Зачтенная работа допускается к устной защите. Если в работе имеются замечания, они должны быть до защиты учтены.
9. Работа не проверяется, если студент решил не свой вариант.
10. При подготовке к экзамену следует еще раз обратиться к методическим указаниям и примерам, разобранным в них, вопросам для самопроверки и задачам, которые рекомендуется решить.
11. Зачтенная работа в обязательном порядке предъявляется на экзамене.

## 2 ОБЩИЕ ТРЕБОВАНИЯ К ОФОРМЛЕНИЮ РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКОЙ РАБОТЫ

1. РГР должна быть выполнена в отдельной школьной тетради или на бумаге формата А4 чернилами любого цвета, кроме красного, с полями для замечаний преподавателя.
2. Образец оформления титульного листа представлен на рисунке 1.

<p style="text-align: center;"><b>РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКАЯ РАБОТА</b> по специальным главам математического анализа студента группы _____ Фамилия Имя Отчество Вариант № _____</p> <p style="text-align: right;">Проверил: Суханова С. Г. <u>Оценка :</u> _____ <u>Дата:</u> _____</p>
--

Рисунок 1-Титульный лист

3. Решения задач должны быть расположены в последовательности, заданной в данном пособии, со строгим соблюдением нумерации заданий.
4. Перед решением каждой задачи необходимо полностью выписать её условие. В том случае, если несколько задач, из которых студент выбирает задачу из своего варианта, имеют общую формулировку, следует, пе-

реписывая условие задачи, заменить общие данные конкретными, взятыми из соответствующего номера.

5. Решения задач должны сопровождаться развёрнутыми и аккуратными пояснениями всех действий и необходимыми чертежами.
6. Чертежи и графики выполняются карандашом с использованием чертежных инструментов
7. После каждого задания следует записать ответ и/или выводы, полученные при решении задачи.

### 3 ЗАДАНИЯ ДЛЯ РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКОЙ РАБОТЫ

#### 3.1 ЗАДАНИЕ №1. ПРОСТЕЙШИЙ ПОТОК СОБЫТИЙ

Задача. В систему массового обслуживания (СМО) поступает в среднем  $\lambda$  заявок (1/час). Найти вероятность того, что за время  $t$  (мин) в СМО поступит:

а) ровно  $k$  заявок;

б) менее  $k$  заявок;

в) более  $k$  заявок.

1.  $\lambda = 60; t = 5; k = 4.$

2.  $\lambda = 120; t = 2; k = 3.$

3.  $\lambda = 40; t = 6; k = 5.$

4.  $\lambda = 30; t = 4; k = 4.$

5.  $\lambda = 150; t = 3; k = 3.$

6.  $\lambda = 60; t = 5; k = 4.$

7.  $\lambda = 120; t = 2; k = 3.$

8.  $\lambda = 40; t = 6; k = 5.$

9.  $\lambda = 30; t = 4; k = 4.$

10.  $\lambda = 150; t = 3; k = 3.$

11.  $\lambda = 60; t = 5; k = 4.$

12.  $\lambda = 120; t = 2; k = 3.$

13.  $\lambda = 40; t = 6; k = 5.$

14.  $\lambda = 30; t = 4; k = 4.$

15.  $\lambda = 150; t = 3; k = 3.$

16.  $\lambda = 60; t = 5; k = 4.$

17.  $\lambda = 120; t = 2; k = 3.$

18.  $\lambda = 40; t = 6; k = 5.$

19.  $\lambda = 30; t = 4; k = 4.$

20.  $\lambda = 150; t = 3; k = 3$

21.  $\lambda = 60; t = 5; k = 4.$

22.  $\lambda = 120; t = 2; k = 3.$

23.  $\lambda = 40; t = 6; k = 5.$   
 24.  $\lambda = 30; t = 4; k = 4.$   
 25.  $\lambda = 150; t = 3; k = 3.$   
 26.  $\lambda = 60; t = 5; k = 4.$   
 27.  $\lambda = 120; t = 2; k = 3.$   
 28.  $\lambda = 40; t = 6; k = 5.$   
 29.  $\lambda = 30; t = 4; k = 4.$   
 30.  $\lambda = 150; t = 3; k = 3$

### 3.2 ЗАДАНИЕ №2. МАРКОВСКИЕ ЦЕПИ С КОНЕЧНЫМ ЧИСЛОМ СОСТОЯНИЙ И ДИСКРЕТНЫМ ВРЕМЕНЕМ

**Задача.** Рассматривается система с дискретными состояниями и дискретным временем (цепь Маркова). Задана матрица вероятностей перехода за один шаг. Требуется:

- а) Построить размеченный граф состояний;  
 б) Найти распределение вероятностей для первых 3-х шагов, если известно, что в начальный момент времени ( $t_0 = 0$ ) система находилась в  $j$ -м состоянии с вероятностью  $p_j(0)$ , где  $j=1,2,3,4$

$$1. \left\| p_{ij} \right\| = \begin{vmatrix} 0.7 & 0.1 & 0.1 & 0.1 \\ 0.2 & 0.6 & 0 & 0.2 \\ 0.2 & 0 & 0.5 & 0.3 \\ 0 & 0.3 & 0 & 0.7 \end{vmatrix} p_1(0) = 0.8; p_2(0) = 0.2 .$$

$$2. \left\| p_{ij} \right\| = \begin{vmatrix} 0.6 & 0.1 & 0.1 & 0.2 \\ 0.1 & 0.7 & 0 & 0.2 \\ 0.1 & 0.1 & 0.5 & 0.3 \\ 0.5 & 0 & 0.1 & 0.4 \end{vmatrix} p_2(0) = 0.8; p_3(0) = 0.2 .$$

$$3. \left\| p_{ij} \right\| = \begin{vmatrix} 0.8 & 0.2 & 0 & 0 \\ 0.2 & 0.5 & 0.1 & 0.2 \\ 0.2 & 0.1 & 0.5 & 0.2 \\ 0 & 0.5 & 0 & 0.5 \end{vmatrix} p_2(0) = 0.4; p_3(0) = 0.6 .$$

$$4. \left\| p_{ij} \right\| = \begin{vmatrix} 0.8 & 0 & 0.1 & 0.1 \\ 0.8 & 0.1 & 0 & 0.1 \\ 0.1 & 0.1 & 0.2 & 0.6 \\ 0.5 & 0 & 0 & 0.5 \end{vmatrix} p_1(0) = 0.9; p_2(0) = 0.1.$$

$$5. \left\| p_{ij} \right\| = \begin{vmatrix} 0.6 & 0.1 & 0.2 & 0.1 \\ 0.8 & 0.1 & 0 & 0.1 \\ 0.7 & 0.2 & 0.1 & 0 \\ 0.4 & 0.1 & 0.4 & 0.1 \end{vmatrix} p_2(0) = 0.7; p_3(0) = 0.3.$$

$$6. \left\| p_{ij} \right\| = \begin{vmatrix} 0.9 & 0.1 & 0 & 0 \\ 0.6 & 0.2 & 0.1 & 0.1 \\ 0.7 & 0 & 0.3 & 0 \\ 0.2 & 0 & 0 & 0.8 \end{vmatrix} p_1(0) = 0.8; p_4(0) = 0.2.$$

$$7. \left\| p_{ij} \right\| = \begin{vmatrix} 0.1 & 0.2 & 0 & 0.7 \\ 0.6 & 0.4 & 0 & 0 \\ 0.8 & 0.1 & 0.1 & 0 \\ 0.4 & 0.1 & 0 & 0.5 \end{vmatrix} p_1(0) = 0.9; p_2(0) = 0.1.$$

$$8. \left\| p_{ij} \right\| = \begin{vmatrix} 0.5 & 0.3 & 0 & 0.2 \\ 0.6 & 0.4 & 0 & 0 \\ 0.7 & 0.1 & 0.1 & 0.1 \\ 0.8 & 0 & 0 & 0.2 \end{vmatrix} p_2(0) = 0.7; p_4(0) = 0.3.$$

$$9. \left\| p_{ij} \right\| = \begin{vmatrix} 0.9 & 0 & 0 & 0.1 \\ 0.2 & 0.1 & 0.1 & 0.6 \\ 0.8 & 0 & 0.2 & 0 \\ 0.1 & 0.2 & 0 & 0.7 \end{vmatrix} p_1(0) = 0.5; p_3(0) = 0.5.$$

$$10. \left\| p_{ij} \right\| = \begin{vmatrix} 0.7 & 0.3 & 0 & 0 \\ 0.4 & 0.4 & 0.1 & 0.1 \\ 0.6 & 0.2 & 0.2 & 0 \\ 0.5 & 0.1 & 0.1 & 0.3 \end{vmatrix} p_2(0) = 0.4; p_3(0) = 0.6.$$

$$11. \left\| p_{ij} \right\| = \begin{vmatrix} 0.7 & 0.1 & 0.1 & 0.1 \\ 0.2 & 0.6 & 0 & 0.2 \\ 0.2 & 0 & 0.5 & 0.3 \\ 0 & 0.3 & 0 & 0.7 \end{vmatrix} p_1(0) = 0.8; p_2(0) = 0.2.$$

$$12. \left\| p_{ij} \right\| = \begin{vmatrix} 0.6 & 0.1 & 0.1 & 0.2 \\ 0.1 & 0.7 & 0 & 0.2 \\ 0.1 & 0.1 & 0.5 & 0.3 \\ 0.5 & 0 & 0.1 & 0.4 \end{vmatrix} p_2(0) = 0.8; p_3(0) = 0.2 .$$

$$13. \left\| p_{ij} \right\| = \begin{vmatrix} 0.8 & 0.2 & 0 & 0 \\ 0.2 & 0.5 & 0.1 & 0.2 \\ 0.2 & 0.1 & 0.5 & 0.2 \\ 0 & 0.5 & 0 & 0.5 \end{vmatrix} p_2(0) = 0.4; p_3(0) = 0.6 .$$

$$14. \left\| p_{ij} \right\| = \begin{vmatrix} 0.8 & 0 & 0.1 & 0.1 \\ 0.8 & 0.1 & 0 & 0.1 \\ 0.1 & 0.1 & 0.2 & 0.6 \\ 0.5 & 0 & 0 & 0.5 \end{vmatrix} p_1(0) = 0.9; p_2(0) = 0.1 .$$

$$15. \left\| p_{ij} \right\| = \begin{vmatrix} 0.6 & 0.1 & 0.2 & 0.1 \\ 0.8 & 0.1 & 0 & 0.1 \\ 0.7 & 0.2 & 0.1 & 0 \\ 0.4 & 0.1 & 0.4 & 0.1 \end{vmatrix} p_2(0) = 0.7; p_3(0) = 0.3 .$$

$$16. \left\| p_{ij} \right\| = \begin{vmatrix} 0.9 & 0.1 & 0 & 0 \\ 0.6 & 0.2 & 0.1 & 0.1 \\ 0.7 & 0 & 0.3 & 0 \\ 0.2 & 0 & 0 & 0.8 \end{vmatrix} p_1(0) = 0.8; p_4(0) = 0.2 .$$

$$17. \left\| p_{ij} \right\| = \begin{vmatrix} 0.1 & 0.2 & 0 & 0.7 \\ 0.6 & 0.4 & 0 & 0 \\ 0.8 & 0.1 & 0.1 & 0 \\ 0.4 & 0.1 & 0 & 0.5 \end{vmatrix} p_1(0) = 0.9; p_2(0) = 0.1 .$$

$$18. \left\| p_{ij} \right\| = \begin{vmatrix} 0.5 & 0.3 & 0 & 0.2 \\ 0.6 & 0.4 & 0 & 0 \\ 0.7 & 0.1 & 0.1 & 0.1 \\ 0.8 & 0 & 0 & 0.2 \end{vmatrix} p_2(0) = 0.7; p_4(0) = 0.3 .$$

$$19. \left\| p_{ij} \right\| = \begin{vmatrix} 0.9 & 0 & 0 & 0.1 \\ 0.2 & 0.1 & 0.1 & 0.6 \\ 0.8 & 0 & 0.2 & 0 \\ 0.1 & 0.2 & 0 & 0.7 \end{vmatrix} p_1(0) = 0.5; p_3(0) = 0.5 .$$

$$20. \left\| p_{ij} \right\| = \begin{vmatrix} 0.7 & 0.3 & 0 & 0 \\ 0.4 & 0.4 & 0.1 & 0.1 \\ 0.6 & 0.2 & 0.2 & 0 \\ 0.5 & 0.1 & 0.1 & 0.3 \end{vmatrix} \quad p_2(0) = 0.4; p_3(0) = 0.6 .$$

$$21. \left\| p_{ij} \right\| = \begin{vmatrix} 0.7 & 0.1 & 0.1 & 0.1 \\ 0.2 & 0.6 & 0 & 0.2 \\ 0.2 & 0 & 0.5 & 0.3 \\ 0 & 0.3 & 0 & 0.7 \end{vmatrix} \quad p_1(0) = 0.8; p_2(0) = 0.2 .$$

$$22. \left\| p_{ij} \right\| = \begin{vmatrix} 0.6 & 0.1 & 0.1 & 0.2 \\ 0.1 & 0.7 & 0 & 0.2 \\ 0.1 & 0.1 & 0.5 & 0.3 \\ 0.5 & 0 & 0.1 & 0.4 \end{vmatrix} \quad p_2(0) = 0.8; p_3(0) = 0.2 .$$

$$23. \left\| p_{ij} \right\| = \begin{vmatrix} 0.8 & 0.2 & 0 & 0 \\ 0.2 & 0.5 & 0.1 & 0.2 \\ 0.2 & 0.1 & 0.5 & 0.2 \\ 0 & 0.5 & 0 & 0.5 \end{vmatrix} \quad p_2(0) = 0.4; p_3(0) = 0.6 .$$

$$24. \left\| p_{ij} \right\| = \begin{vmatrix} 0.8 & 0 & 0.1 & 0.1 \\ 0.8 & 0.1 & 0 & 0.1 \\ 0.1 & 0.1 & 0.2 & 0.6 \\ 0.5 & 0 & 0 & 0.5 \end{vmatrix} \quad p_1(0) = 0.9; p_2(0) = 0.1 .$$

$$25. \left\| p_{ij} \right\| = \begin{vmatrix} 0.6 & 0.1 & 0.2 & 0.1 \\ 0.8 & 0.1 & 0 & 0.1 \\ 0.7 & 0.2 & 0.1 & 0 \\ 0.4 & 0.1 & 0.4 & 0.1 \end{vmatrix} \quad p_2(0) = 0.7; p_3(0) = 0.3 .$$

$$26. \left\| p_{ij} \right\| = \begin{vmatrix} 0.9 & 0.1 & 0 & 0 \\ 0.6 & 0.2 & 0.1 & 0.1 \\ 0.7 & 0 & 0.3 & 0 \\ 0.2 & 0 & 0 & 0.8 \end{vmatrix} \quad p_1(0) = 0.8; p_4(0) = 0.2 .$$

$$27. \left\| p_{ij} \right\| = \begin{vmatrix} 0.1 & 0.2 & 0 & 0.7 \\ 0.6 & 0.4 & 0 & 0 \\ 0.8 & 0.1 & 0.1 & 0 \\ 0.4 & 0.1 & 0 & 0.5 \end{vmatrix} \quad p_1(0) = 0.9; p_2(0) = 0.1 .$$

$$28. \left\| p_{ij} \right\| = \begin{vmatrix} 0.5 & 0.3 & 0 & 0.2 \\ 0.6 & 0.4 & 0 & 0 \\ 0.7 & 0.1 & 0.1 & 0.1 \\ 0.8 & 0 & 0 & 0.2 \end{vmatrix} p_2(0) = 0.7; p_4(0) = 0.3.$$

$$29. \left\| p_{ij} \right\| = \begin{vmatrix} 0.9 & 0 & 0 & 0.1 \\ 0.2 & 0.1 & 0.1 & 0.6 \\ 0.8 & 0 & 0.2 & 0 \\ 0.1 & 0.2 & 0 & 0.7 \end{vmatrix} p_1(0) = 0.5; p_3(0) = 0.5.$$

$$30. \left\| p_{ij} \right\| = \begin{vmatrix} 0.7 & 0.3 & 0 & 0 \\ 0.4 & 0.4 & 0.1 & 0.1 \\ 0.6 & 0.2 & 0.2 & 0 \\ 0.5 & 0.1 & 0.1 & 0.3 \end{vmatrix} p_2(0) = 0.4; p_3(0) = 0.6.$$

### 3.3 ЗАДАНИЕ №3. МАРКОВСКИЕ ЦЕПИ С КОНЕЧНЫМ ЧИСЛОМ СОСТОЯНИЙ И НЕПРЕРЫВНЫМ ВРЕМЕНЕМ

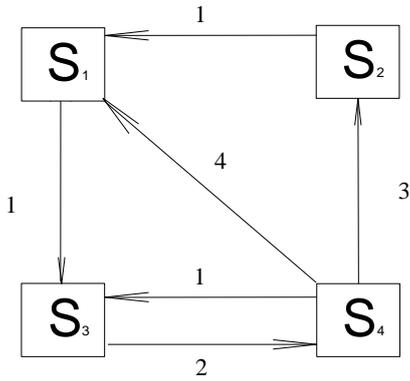
**Задача.** Рассматривается система с дискретными состояниями и непрерывным временем. Заданы размеченный граф состояний и интенсивности переходов. Все потоки событий простейшие.

Требуется:

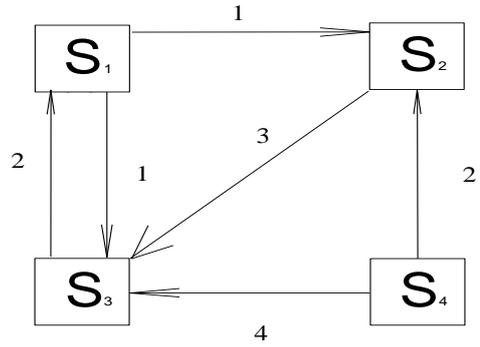
а) составить систему дифференциальных уравнений Колмогорова для вероятностей состояний;

б) найти предельное распределение вероятностей.

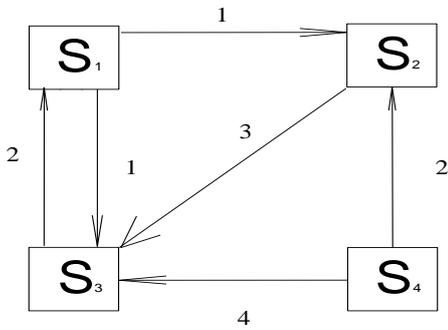
**Вариант 1.**



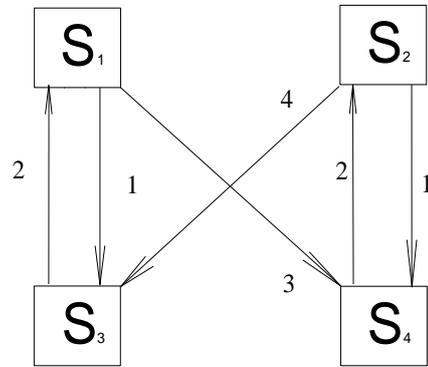
**Вариант 2.**



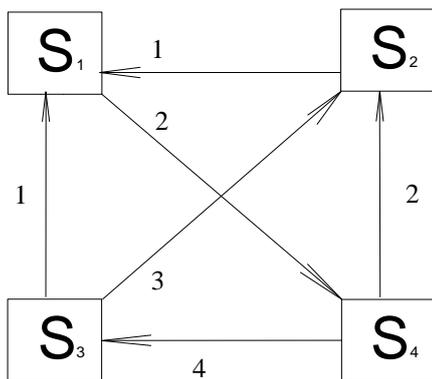
**Вариант 3.**



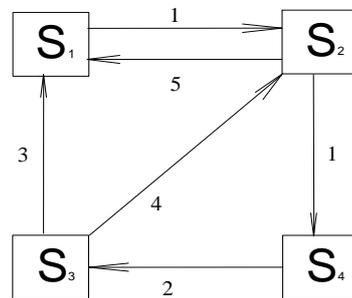
**Вариант 4.**



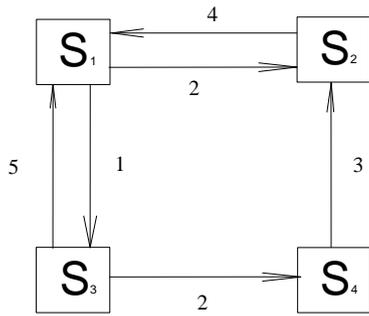
**Вариант 5.**



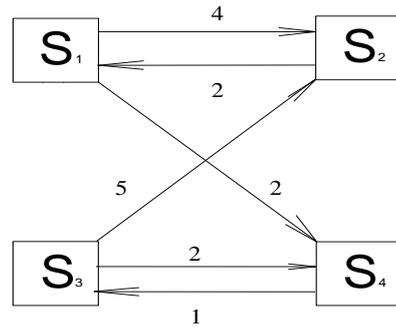
**Вариант 6.**



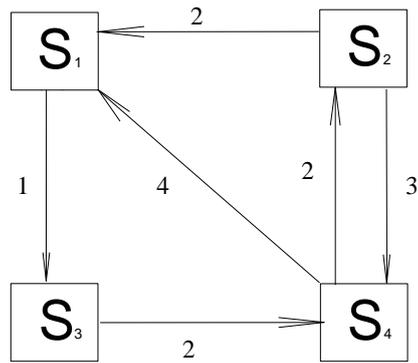
**Вариант 7.**



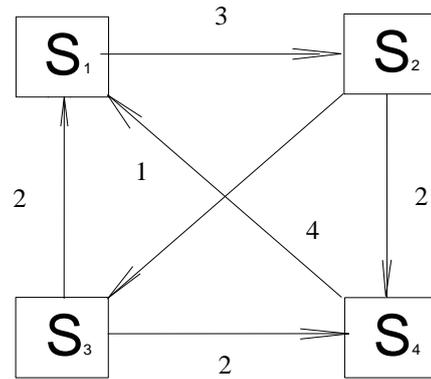
**Вариант 8.**



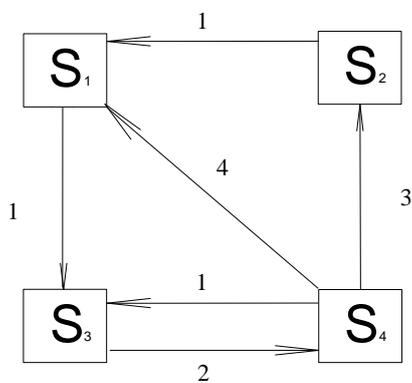
**Вариант 9.**



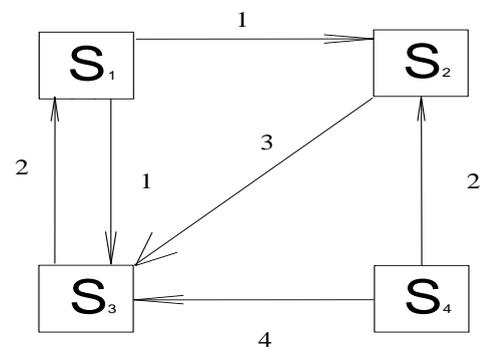
**Вариант 10.**



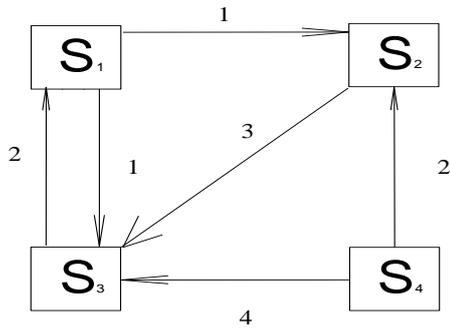
**Вариант 11.**



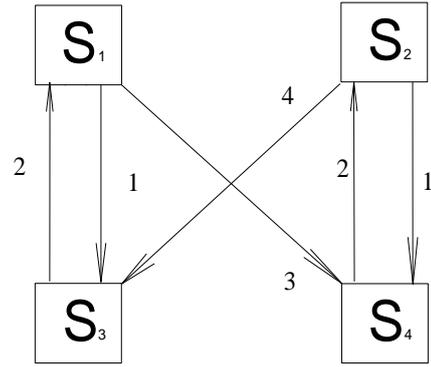
**Вариант 12.**



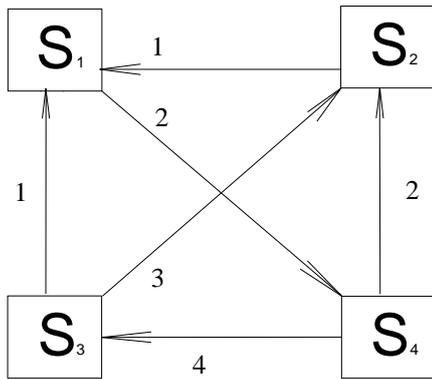
**Вариант 13.**



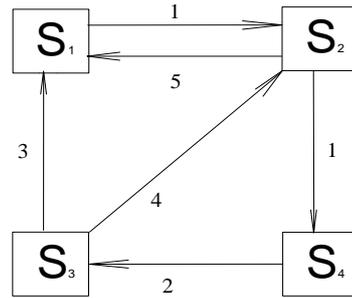
**Вариант 14.**



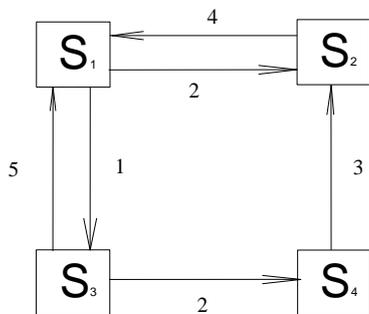
**Вариант 15.**



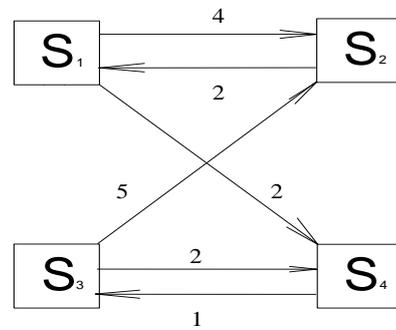
**Вариант 16.**



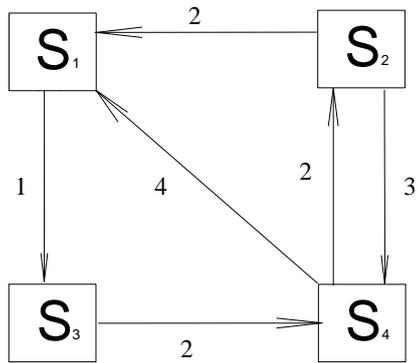
**Вариант 17.**



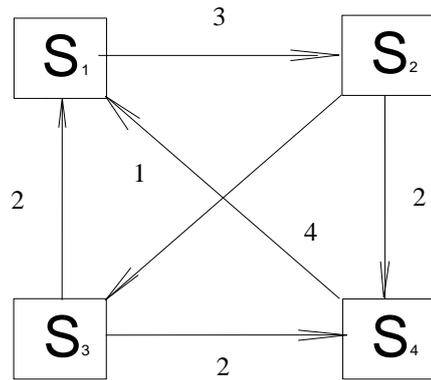
**Вариант 18.**



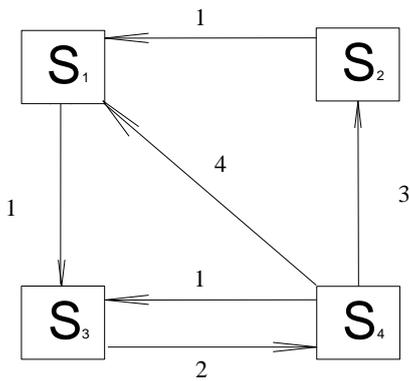
**Вариант 19.**



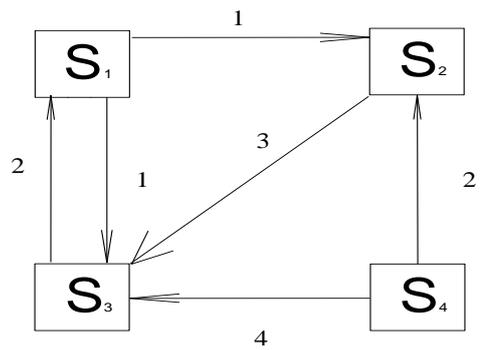
**Вариант 20.**



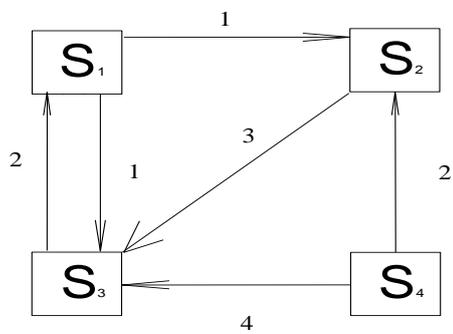
**Вариант 21.**



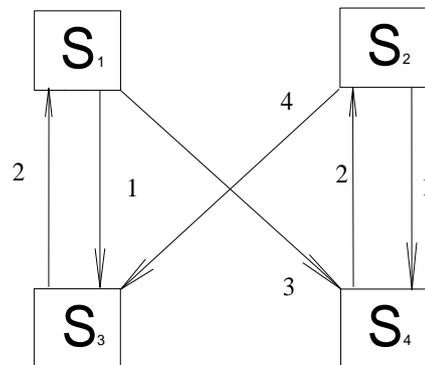
**Вариант 22.**



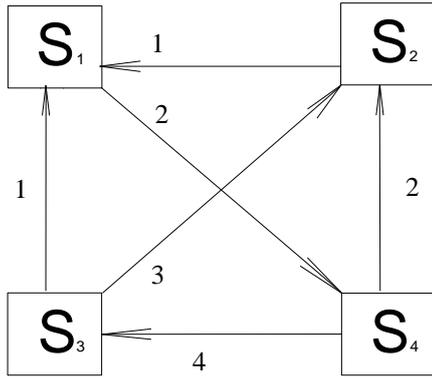
**Вариант 23.**



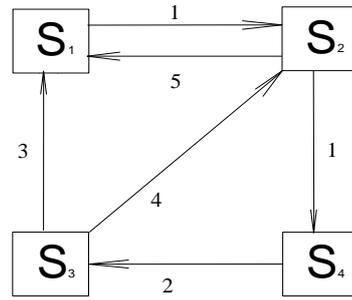
**Вариант 24.**



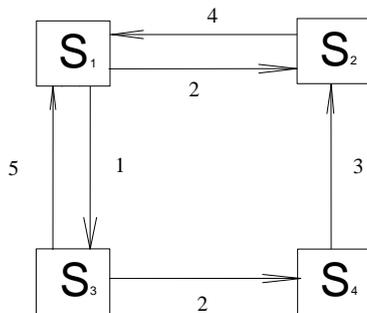
**Вариант 25.**



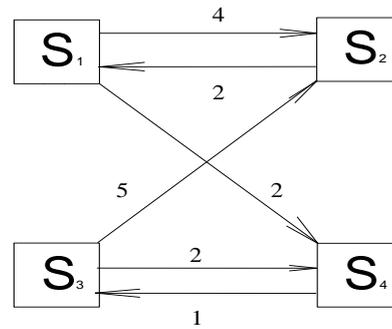
**Вариант 26.**



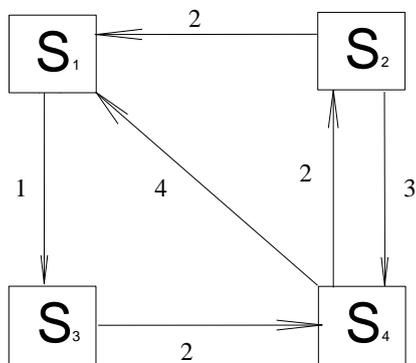
**Вариант 27.**



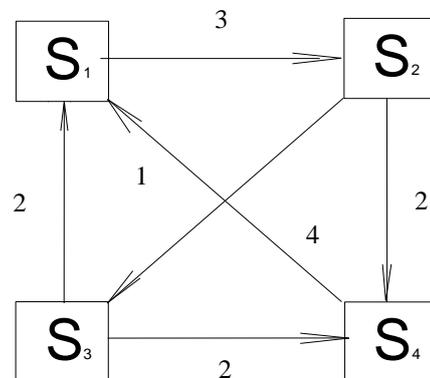
**Вариант 28.**



**Вариант 29.**



**Вариант 30.**



### 3.4 ЗАДАНИЕ №4. МАРКОВСКИЕ СМО

**Задача.** Вход на станцию метрополитена оборудован системой из  $k$  турникетов. При выходе из строя одного из турникетов остальные продолжают нормально функционировать. Вход на станцию перекрывается, если выйдут из строя все турникеты. Поток отказов каждого турникета – простейший, среднее время безотказной работы одного турникета  $t$  часов. При выходе из строя каждый турникет начинает ремонтироваться. Время ремонта распределено по показательному закону  $\eta$  в среднем составляет  $s$  часов. В начальный момент все турникеты исправны. Найти среднюю пропускную способность системы турникетов в процентах от номинальной, если с выхода из строя каждого турникета система теряет  $(100/k)\%$  своей номинальной пропускной способности.

№варианта	$k$	$t$	$s$
1	4	80	2
2	3	65	2
3	4	75	3
4	3	80	3
5	4	70	2
6	3	60	2
7	4	65	3
8	3	75	2
9	4	60	3
10	3	70	3
11	4	80	3
12	3	75	3
13	4	70	2
14	3	75	2
15	4	65	3
16	3	70	3
17	4	60	2
18	3	65	2
19	4	80	3
20	3	70	2
21	4	65	3
22	3	75	3
23	4	80	3

24	3	70	3
25	4	60	2
26	3	75	2
27	4	65	3
28	3	80	3
29	4	70	2
30	3	80	2

### 3.5 ЗАДАНИЕ №5. МНОГОКАНАЛЬНАЯ СМО С ОТКАЗАМИ

**Задача.** АТС имеет  $k$  линий связи. Поток вызовов простейший с интенсивностью  $\lambda$  вызовов в минуту. Среднее время переговоров составляет  $t$  минут. Время переговоров распределено по показательному закону. Найти абсолютную и относительную пропускные способности АТС, вероятность того, что все линии связи заняты; среднее число занятых линий связи. Определить, сколько линий связи должна иметь АТС, что бы вероятность отказа не превышала  $a$ ?

№варианта	$k$	$\lambda$	$t$	$a$
1	3	0,9	2,5	0,05
2	4	0,7	2,7	0,01
3	5	0,8	2,9	0,03
4	3	0,6	3,5	0,05
5	5	0,7	3,5	0,03
6	4	0,8	2,2	0,01
7	3	0,8	2,6	0,04
8	4	0,9	2,1	0,01
9	3	0,7	3,1	0,05
10	5	0,9	2,8	0,05
11	4	0,9	2,7	0,04
12	5	0,7	3,1	0,01
13	3	0,8	2,4	0,01
14	4	0,7	2,5	0,04
15	5	0,7	2,9	0,01
16	4	0,6	2,5	0,01
17	5	0,7	3,1	0,01
18	4	0,9	2,8	0,05
19	3	0,7	2,6	0,05
20	4	0,9	2,4	0,04

21	5	0,8	3,1	0,01
22	4	0,7	2,8	0,03
23	5	0,9	2,4	0,01
24	4	0,7	3,1	0,04
25	3	0,9	2,8	0,03
26	4	0,7	3,1	0,04
27	5	0,6	2,9	0,05
28	3	0,9	2,5	0,01
29	5	0,7	3	0,05
30	4	0,8	2,4	0,02

### 3.6 ЗАДАНИЕ №6. МНОГОКАНАЛЬНАЯ СМО С ОГРАНИЧЕННОЙ ОЧЕРЕДЬЮ

**Задача.** Рассматривается  $n$ -канальная система массового обслуживания (СМО) с ожиданием и ограничением на длину очереди. Число мест в очереди равно  $m$ . Поток заявок, поступающих в СМО, простейший с интенсивностью  $\lambda$  [1/час]. Среднее время обслуживания заявки равно  $t_{об}$  [мин]. Время обслуживания распределено по показательному закону.

1.  $n=4$ ;  $m=3$ ;  $\lambda=6$ ;  $t_{об}=40$ . Определить:

- среднее число заявок, находящихся под обслуживанием;
- вероятность того, что заявка сразу же будет принята к обслуживанию;
- вероятность того, что в СМО будет не более 2-х заявок.

2.  $n=3$ ;  $m=4$ ;  $\lambda=8$ ;  $t_{об}=15$ . Определить:

- вероятность того, что заявка получит отказ в обслуживании;
- среднее число каналов, не занятых обслуживанием;
- среднее время пребывания заявки в СМО.

3.  $n=4$ ;  $m=2$ ;  $\lambda=4$ ;  $t_{об}=60$ . Определить:

- среднее число заявок в СМО;

- б) среднее время пребывания заявки в очереди;
- в) вероятность того, что будет простаивать не более одного канала;

4.  $n=3; m=3; \lambda=6; t_{об}=20$ . Определить:

- а) относительную пропускную способность СМО;
- б) среднее число каналов, занятых обслуживанием;
- в) среднее время пребывания заявки в СМО;

5.  $n=3; m=4; \lambda=9; t_{об}=20$ . Определить:

- а) абсолютную пропускную способность СМО;
- б) среднее число заявок в очереди;
- в) вероятность того, что не более 2-х каналов будут заняты обслуживанием заявок.

6.  $n=3; m=3; \lambda=5; t_{об}=30$ . Определить:

- а) вероятность того, что заявка получит отказ в обслуживании;
- б) среднее число заявок, находящихся под обслуживанием;
- в) вероятность того, что менее 2-х заявок будут находиться в очереди на обслуживание.

7.  $n=2; m=4; \lambda=6; t_{об}=15$ . Определить:

- а) среднее число свободных каналов;
- б) вероятность того, что заявка будет принята в СМО;
- в) вероятность того, что заявка, поступившая в СМО, встанет в очередь на обслуживание.

8.  $n=4; m=3; \lambda=5; t_{об}=30$ . Определить:

- а) среднее число заявок, находящихся в СМО;
- б) вероятность того, что заявка сразу же будет принята к обслуживанию;

в) вероятность того, что не более 2-х каналов будет занято обслуживанием заявок.

9.  $n=4$ ;  $m=3$ ;  $\lambda=9$ ;  $t_{об}=20$ . Определить:

- а) абсолютную пропускную способность;
- б) среднее время пребывания заявки в СМО;
- в) среднее число заявок в очереди.

10.  $n=3$ ;  $m=4$ ;  $\lambda=6$ ;  $t_{об}=15$ . Определить:

- а) относительную пропускную способность СМО;
- б) среднее время ожидания заявки;
- в) среднее число занятых каналов.

11.  $n=4$ ;  $m=3$ ;  $\lambda=6$ ;  $t_{об}=40$ . Определить:

- а) среднее число заявок, находящихся под обслуживанием;
- б) вероятность того, что заявка сразу же будет принята к обслуживанию;
- в) вероятность того, что в СМО будет не более 2-х заявок.

12.  $n=3$ ;  $m=4$ ;  $\lambda=8$ ;  $t_{об}=15$ . Определить:

- а) вероятность того, что заявка получит отказ в обслуживании;
- б) среднее число каналов, не занятых обслуживанием;
- в) среднее время пребывания заявки в СМО.

13.  $n=4$ ;  $m=2$ ;  $\lambda=4$ ;  $t_{об}=60$ . Определить:

- а) среднее число заявок в СМО;
- б) среднее время пребывания заявки в очереди;
- в) вероятность того, что будет простаивать не более одного канала;

14.  $n=3$ ;  $m=3$ ;  $\lambda=6$ ;  $t_{об}=20$ . Определить:

- а) относительную пропускную способность СМО;
- б) среднее число каналов, занятых обслуживанием;
- в) среднее время пребывания заявки в СМО;

15.  $n=3$ ;  $m=4$ ;  $\lambda=9$ ;  $t_{об}=20$ . Определить:

- а) абсолютную пропускную способность СМО;
- б) среднее число заявок в очереди;
- в) вероятность того, что не более 2-х каналов будут заняты обслуживанием заявок.

16.  $n=3$ ;  $m=3$ ;  $\lambda=5$ ;  $t_{об}=30$ . Определить:

- а) вероятность того, что заявка получит отказ в обслуживании;
- б) среднее число заявок, находящихся под обслуживанием;
- в) вероятность того, что менее 2-х заявок будут находиться в очереди на обслуживание.

17.  $n=2$ ;  $m=4$ ;  $\lambda=6$ ;  $t_{об}=15$ . Определить:

- а) среднее число свободных каналов;
- б) вероятность того, что заявка будет принята в СМО;
- в) вероятность того, что заявка, поступившая в СМО, встанет в очередь на обслуживание.

18.  $n=4$ ;  $m=3$ ;  $\lambda=5$ ;  $t_{об}=30$ . Определить:

- а) среднее число заявок, находящихся в СМО;
- б) вероятность того, что заявка сразу же будет принята к обслуживанию;
- в) вероятность того, что не более 2-х каналов будет занято обслуживанием заявок.

19.  $n=4$ ;  $m=3$ ;  $\lambda=9$ ;  $t_{об}=20$ . Определить:

- а) абсолютную пропускную способность;
- б) среднее время пребывания заявки в СМО;
- в) среднее число заявок в очереди.

20.  $n=3$ ;  $m=4$ ;  $\lambda=6$ ;  $t_{об}=15$ . Определить:

- а) относительную пропускную способность СМО;
- б) среднее время ожидания заявки;
- в) среднее число занятых каналов.

21.  $n=4$ ;  $m=3$ ;  $\lambda=6$ ;  $t_{об}=40$ . Определить:

- а) среднее число заявок, находящихся под обслуживанием;
- б) вероятность того, что заявка сразу же будет принята к обслуживанию;
- в) вероятность того, что в СМО будет не более 2-х заявок.

22.  $n=3$ ;  $m=4$ ;  $\lambda=8$ ;  $t_{об}=15$ . Определить:

- а) вероятность того, что заявка получит отказ в обслуживании;
- б) среднее число каналов, не занятых обслуживанием;
- в) среднее время пребывания заявки в СМО.

23.  $n=4$ ;  $m=2$ ;  $\lambda=4$ ;  $t_{об}=60$ . Определить:

- а) среднее число заявок в СМО;
- б) среднее время пребывания заявки в очереди;
- в) вероятность того, что будет простаивать не более одного канала;

24.  $n=3$ ;  $m=3$ ;  $\lambda=6$ ;  $t_{об}=20$ . Определить:

- а) относительную пропускную способность СМО;
- б) среднее число каналов, занятых обслуживанием;
- в) среднее время пребывания заявки в СМО;

25.  $n=3$ ;  $m=4$ ;  $\lambda=9$ ;  $t_{об}=20$ . Определить:

- а) абсолютную пропускную способность СМО;
- б) среднее число заявок в очереди;
- в) вероятность того, что не более 2-х каналов будут заняты обслуживанием заявок.

26.  $n=3$ ;  $m=3$ ;  $\lambda=5$ ;  $t_{об}=30$ . Определить:

- а) вероятность того, что заявка получит отказ в обслуживании;
- б) среднее число заявок, находящихся под обслуживанием;
- в) вероятность того, что менее 2-х заявок будут находиться в очереди на обслуживание.

27.  $n=2$ ;  $m=4$ ;  $\lambda=6$ ;  $t_{об}=15$ . Определить:

- а) среднее число свободных каналов;
- б) вероятность того, что заявка будет принята в СМО;
- в) вероятность того, что заявка, поступившая в СМО, встанет в очередь на обслуживание.

28.  $n=4$ ;  $m=3$ ;  $\lambda=5$ ;  $t_{об}=30$ . Определить:

- а) среднее число заявок, находящихся в СМО;
- б) вероятность того, что заявка сразу же будет принята к обслуживанию;
- в) вероятность того, что не более 2-х каналов будет занято обслуживанием заявок.

29.  $n=4$ ;  $m=3$ ;  $\lambda=9$ ;  $t_{об}=20$ . Определить:

- а) абсолютную пропускную способность;
- б) среднее время пребывания заявки в СМО;
- в) среднее число заявок в очереди.

30.  $n=3$ ;  $m=4$ ;  $\lambda=6$ ;  $t_{об}=15$ . Определить:

- а) относительную пропускную способность СМО;

- б) среднее время ожидания заявки;
- в) среднее число занятых каналов.

### 3.7 ЗАДАНИЕ №7. МНОГОКАНАЛЬНАЯ СМО С НЕОГРАНИЧЕННОЙ ОЧЕРЕДЬЮ

*Задача.* Дисплейный зал имеет  $k$  дисплеев. Поток пользователей простейший. Среднее число пользователей, посещающих дисплейный зал за сутки, равно  $\lambda$ . Время обработки информации одним пользователем на одном дисплее распределено по показательному закону и составляет в среднем  $t$  минут. Определить, существует ли стационарный режим работы зала; вероятность того, что пользователь застанет все дисплеи занятыми; среднее число пользователей в очереди; среднее число пользователей в зале; среднее время ожидания свободного дисплея; среднее время пребывания пользователя в дисплейном зале.

№варианта	$k$	$\lambda$	$t$
1	3	55	29
2	3	70	12
3	3	64	18
4	3	44	25
5	3	58	20
6	4	32	38
7	4	42	27
8	4	35	28
9	3	26	43
10	4	42	28
11	3	54	25
12	3	52	20
13	4	32	15
14	4	42	18
15	3	44	25
16	3	45	28
17	4	60	20
18	4	62	24
19	3	65	28
20	3	55	40
21	4	48	38

22	3	45	34
23	4	38	28
24	4	26	28
25	4	32	35
26	3	44	38
27	4	58	20
28	4	70	15
29	4	55	32
30	3	42	35

### 3.8 ЗАДАНИЕ №8. МНОГОКАНАЛЬНАЯ СМО С ОГРАНИЧЕННОЙ ОЧЕРЕДЬЮ И ОГРАНИЧЕННЫМ ВРЕМЕНЕМ ОЖИДАНИЯ В ОЧЕРЕДИ

**Задача.** Рассматривается  $n$ -канальная система массового обслуживания (СМО) с ограничением на длину очереди и с ограничением на время ожидания. Заявка ожидает обслуживания в среднем  $t_{ож}$  [мин], а затем покидает СМО. Поток заявок, поступающих в СМО, простейший с интенсивностью  $\lambda$  [1/час], среднее время обслуживания заявки равно  $t_{об}$  [мин].

1.  $n=4; m=3$   $\lambda=8$ ;  $t_{об}=15$ ;  $t_{ож}=5$ . Определить:

- абсолютную пропускную способность СМО;
- среднее число заявок в очереди;
- вероятность того, что в очереди будут находиться не более 2-х заявок.

2.  $n=3; m=4, \lambda=6; t_{об}=30; t_{ож}=15$ . Определить:

- среднее число заявок, находящихся под обслуживанием;
- вероятность того, что заявка уйдет из очереди не обслуженной;
- вероятность того, что менее 3-х заявок будут находиться в очереди на обслуживание.

3.  $n=4; m=3, \lambda=9; t_{об}=20; t_{ож}=10$ . Определить:

- а) вероятность того, что заявка будет обслужена;
- б) среднее время пребывания заявки в СМО;
- в) среднее число свободных каналов.

4.  $n=3; m=4, \lambda=10; t_{об}=15; t_{ож}=12$ . Определить:

- а) среднее число заявок находящихся в СМО;
- б) вероятность того, что заявка сразу же будет принята к обслуживанию;
- в) среднее время простоя канала.

5.  $n=3; m=4, \lambda=8; t_{об}=30; t_{ож}=10$ . Определить:

- а) среднее число заявок в очереди;
- б) абсолютную пропускную способность СМО;
- в) среднее время пребывания заявки в СМО.

6.  $n=4; m=4, \lambda=10; t_{об}=15; t_{ож}=6$ . Определить:

- а) среднее число занятых каналов;
- б) относительную пропускную способность СМО;
- в) среднее время ожидания заявки в очереди.

7.  $n=3; m=4, \lambda=6; t_{об}=20; t_{ож}=12$ . Определить:

- а) вероятность того, что заявка сразу же будет принята к обслуживанию;
- б) среднее число заявок, находящихся под обслуживанием;
- в) вероятность того, что в СМО будет не более 4-х заявок.

8.  $n=4; m=3, \lambda=12; t_{об}=12; t_{ож}=6$ . Определить:

- а) вероятность того, что заявка уйдет из СМО не обслуженной;
- б) среднее время пребывания заявки в СМО;
- в) среднее число каналов, не занятых обслуживанием.

9.  $n=3; m=4, \lambda=15; t_{об}=12; t_{ож}=5$ . Определить:

- а) среднее число заявок в СМО;
- б) среднее время простоя канала;
- в) вероятность того, что будет простаивать не более одного канала.

10.  $n=4; m=3, \lambda=10; t_{об}=12; t_{ож}=3$ . Определить:

- а) относительную пропускную способность СМО;
- б) среднее время пребывания заявки в СМО;
- в) среднее число каналов, занятых обслуживаем заявкам.

11.  $n=4; m=3, \lambda=8; t_{об}=15; t_{ож}=5$ . Определить:

- а) абсолютную пропускную способность СМО;
- б) среднее число заявок в очереди;
- в) вероятность того, что в очереди будут находиться не более 2-х заявок.

12.  $n=3; m=4, \lambda=6; t_{об}=30; t_{ож}=15$ . Определить:

- а) среднее число заявок, находящихся под обслуживанием;
- б) вероятность того, что заявка уйдет из очереди не обслуженной;
- в) вероятность того, что менее 3-х заявок будут находиться в очереди на обслуживание.

13.  $n=4; m=3, \lambda=9; t_{об}=20; t_{ож}=10$ . Определить:

- а) вероятность того, что заявка будет обслужена;
- б) среднее время пребывания заявки в СМО;
- в) среднее число свободных каналов.

14.  $n=3; m=4, \lambda=10; t_{об}=15; t_{ож}=12$ . Определить:

- а) среднее число заявок находящихся в СМО;

- б) вероятность того, что заявка сразу же будет принята к обслуживанию;
- в) среднее время простоя канала.

15.  $n=3; m=4, \lambda=8; t_{об}=30; t_{ож}=10$ . Определить:

- а) среднее число заявок в очереди;
- б) абсолютную пропускную способность СМО;
- в) среднее время пребывания заявки в СМО.

16.  $n=4; m=4, \lambda=10; t_{об}=15; t_{ож}=6$ . Определить:

- а) среднее число занятых каналов;
- б) относительную пропускную способность СМО;
- в) среднее время ожидания заявки в очереди.

17.  $n=3; m=4, \lambda=6; t_{об}=20; t_{ож}=12$ . Определить:

- а) вероятность того, что заявка сразу же будет принята к обслуживанию;
- б) среднее число заявок, находящихся под обслуживанием;
- в) вероятность того, что в СМО будет не более 4-х заявок.

18.  $n=4; m=3, \lambda=12; t_{об}=12; t_{ож}=6$ . Определить:

- а) вероятность того, что заявка уйдет из СМО не обслуженной;
- б) среднее время пребывания заявки в СМО;
- в) среднее число каналов, не занятых обслуживанием.

19.  $n=3; m=4, \lambda=15; t_{об}=12; t_{ож}=5$ . Определить:

- а) среднее число заявок в СМО;
- б) среднее время простоя канала;
- в) вероятность того, что будет простаивать не более одного канала.

20.  $n=4; m=3, \lambda=10; t_{об}=12; t_{ож}=3$ . Определить:

- а) относительную пропускную способность СМО;
- б) среднее время пребывания заявки в СМО;
- в) среднее число каналов, занятых обслуживаем заявкам.

21.  $n=4; m=3$   $\lambda=8$ ;  $t_{об}=15$ ;  $t_{ож}=5$ . Определить:

- а) абсолютную пропускную способность СМО;
- б) среднее число заявок в очереди;
- в) вероятность того, что в очереди будут находиться не более 2-х заявок.

22.  $n=3; m=4$ ,  $\lambda=6$ ;  $t_{об}=30$ ;  $t_{ож}=15$ . Определить:

- а) среднее число заявок, находящихся под обслуживанием;
- б) вероятность того, что заявка уйдет из очереди не обслуженной;
- в) вероятность того, что менее 3-х заявок будут находиться в очереди на обслуживание.

23.  $n=4; m=3$ ,  $\lambda=9$ ;  $t_{об}=20$ ;  $t_{ож}=10$ . Определить:

- а) вероятность того, что заявка будет обслужена;
- б) среднее время пребывания заявки в СМО;
- в) среднее число свободных каналов.

24.  $n=3; m=4$ ,  $\lambda=10$ ;  $t_{об}=15$ ;  $t_{ож}=12$ . Определить:

- а) среднее число заявок находящихся в СМО;
- б) вероятность того, что заявка сразу же будет принята к обслуживанию;
- в) среднее время простоя канала.

25.  $n=3; m=4$ ,  $\lambda=8$ ;  $t_{об}=30$ ;  $t_{ож}=10$ . Определить:

- а) среднее число заявок в очереди;
- б) абсолютную пропускную способность СМО;
- в) среднее время пребывания заявки в СМО.

26.  $n=4; m=4, \lambda=10; t_{об}=15; t_{ож}=6$ . Определить:

- а) среднее число занятых каналов;
- б) относительную пропускную способность СМО;
- в) среднее время ожидания заявки в очереди.

27.  $n=3; m=4, \lambda=6; t_{об}=20; t_{ож}=12$ . Определить:

- а) вероятность того, что заявка сразу же будет принята к обслуживанию;
- б) среднее число заявок, находящихся под обслуживанием;
- в) вероятность того, что в СМО будет не более 4-х заявок.

28.  $n=4; m=3, \lambda=12; t_{об}=12; t_{ож}=6$ . Определить:

- а) вероятность того, что заявка уйдет из СМО не обслуженной;
- б) среднее время пребывания заявки в СМО;
- в) среднее число каналов, не занятых обслуживанием.

29.  $n=3; m=4, \lambda=15; t_{об}=12; t_{ож}=5$ . Определить:

- а) среднее число заявок в СМО;
- б) среднее время простоя канала;
- в) вероятность того, что будет простаивать не более одного канала.

30.  $n=4; m=3, \lambda=10; t_{об}=12; t_{ож}=3$ . Определить:

- а) относительную пропускную способность СМО;
- б) среднее время пребывания заявки в СМО;
- в) среднее число каналов, занятых обслуживаем заявкам.

### 3.9 ЗАДАНИЕ №9. ЗАМКНУТЫЕ СМО

**Задача.** Рассматривается  $n$ -канальная система массового обслуживания (СМО) замкнутого типа с  $m$  источниками заявок. Поток заявок, поступающих в СМО, простейший с интенсивностью  $\lambda$  [1/час], среднее время обслуживания заявки равно  $t_{об}$  [мин].

1.  $n=2$ ;  $m=7$ ;  $\lambda=3$ ;  $t_{об}=15$ . Определить:

а) среднее число заявок, находящихся под обслуживанием;

б) среднее время ожидания заявки в очереди;

в) вероятность того, что не менее 4-х источников будут находиться в активном состоянии.

2.  $n=2$ ;  $m=8$ ;  $\lambda=1$ ;  $t_{об}=30$ . Определить:

а) среднее число заявок в СМО;

б) вероятность того, что поступившая заявка сразу же будет принята к обслуживанию;

в) вероятность того, что не менее 4-х заявок будут ожидать в очереди на обслуживание.

3.  $n=3$ ;  $m=7$ ;  $\lambda=2$ ;  $t_{об}=15$ . Определить:

а) среднее число простаивающих каналов;

б) вероятность того, что поступившая заявка встанет в очередь для ожидания начала обслуживания;

в) вероятность того, что будет простаивать не более одного канала.

4.  $n=3$ ;  $m=7$ ;  $\lambda=3$ ;  $t_{об}=15$ . Определить:

а) среднее число заявок, находящихся под обслуживанием;

б) среднее время ожидания заявки в очереди;

в) вероятность того, что не менее 4-х источников будут находиться в активном состоянии.

5.  $n=2$ ;  $m=7$ ;  $\lambda=2$ ;  $t_{об}=30$ . Определить:

- а) среднее число заявок в СМО;
- б) вероятность того, что поступившая заявка сразу же будет принята к обслуживанию;
- в) вероятность того, что не менее 4-х заявок будут ожидать в очереди на обслуживание.

6.  $n=3$ ;  $m=7$ ;  $\lambda=2$ ;  $t_{об}=20$ . Определить:

- а) среднее число простаивающих каналов;
- б) вероятность того, что поступившая заявка встанет в очередь для ожидания начала обслуживания;
- в) вероятность того, что будет простаивать не более одного канала.

7.  $n=2$ ;  $m=6$ ;  $\lambda=3$ ;  $t_{об}=15$ . Определить:

- а) среднее число заявок, находящихся под обслуживанием;
- б) среднее время ожидания заявки в очереди;
- в) вероятность того, что не менее 4-х источников будут находиться в активном состоянии.

8.  $n=2$ ;  $m=8$ ;  $\lambda=3$ ;  $t_{об}=30$ . Определить:

- а) среднее число заявок в СМО;
- б) вероятность того, что поступившая заявка сразу же будет принята к обслуживанию;
- в) вероятность того, что не менее 4-х заявок будут ожидать в очереди на обслуживание.

9.  $n=3$ ;  $m=7$ ;  $\lambda=2$ ;  $t_{об}=20$ . Определить:

- а) среднее число простаивающих каналов;
- б) вероятность того, что поступившая заявка встанет в очередь для ожидания начала обслуживания;
- в) вероятность того, что будет простаивать не более одного канала.

10.  $n=2$ ;  $m=6$ ;  $\lambda=3$ ;  $t_{об}=15$ . Определить:

- а) среднее число заявок, находящихся под обслуживанием;
- б) среднее время ожидания заявки в очереди;

в) вероятность того, что не менее 4-х источников будут находиться в активном состоянии.

11.  $n=2$ ;  $m=7$ ;  $\lambda=3$ ;  $t_{об}=15$ . Определить:

а) среднее число заявок, находящихся под обслуживанием;

б) среднее время ожидания заявки в очереди;

в) вероятность того, что не менее 4-х источников будут находиться в активном состоянии.

12.  $n=2$ ;  $m=8$ ;  $\lambda=1$ ;  $t_{об}=30$ . Определить:

а) среднее число заявок в СМО;

б) вероятность того, что поступившая заявка сразу же будет принята к обслуживанию;

в) вероятность того, что не менее 4-х заявок будут ожидать в очереди на обслуживание.

13.  $n=3$ ;  $m=7$ ;  $\lambda=2$ ;  $t_{об}=15$ . Определить:

а) среднее число простаивающих каналов;

б) вероятность того, что поступившая заявка встанет в очередь для ожидания начала обслуживания;

в) вероятность того, что будет простаивать не более одного канала.

14.  $n=3$ ;  $m=7$ ;  $\lambda=3$ ;  $t_{об}=15$ . Определить:

а) среднее число заявок, находящихся под обслуживанием;

б) среднее время ожидания заявки в очереди;

в) вероятность того, что не менее 4-х источников будут находиться в активном состоянии.

15.  $n=2$ ;  $m=7$ ;  $\lambda=2$ ;  $t_{об}=30$ . Определить:

а) среднее число заявок в СМО;

б) вероятность того, что поступившая заявка сразу же будет принята к обслуживанию;

в) вероятность того, что не менее 4-х заявок будут ожидать в очереди на обслуживание.

16.  $n=3$ ;  $m=7$ ;  $\lambda=2$ ;  $t_{об}=20$ . Определить:

а) среднее число простаивающих каналов;

б) вероятность того, что поступившая заявка встанет в очередь для ожидания начала обслуживания;

в) вероятность того, что будет простаивать не более одного канала.

17.  $n=2$ ;  $m=6$ ;  $\lambda=3$ ;  $t_{об}=15$ . Определить:

а) среднее число заявок, находящихся под обслуживанием;

б) среднее время ожидания заявки в очереди;

в) вероятность того, что не менее 4-х источников будут находиться в активном состоянии.

18.  $n=2$ ;  $m=8$ ;  $\lambda=3$ ;  $t_{об}=30$ . Определить:

а) среднее число заявок в СМО;

б) вероятность того, что поступившая заявка сразу же будет принята к обслуживанию;

в) вероятность того, что не менее 4-х заявок будут ожидать в очереди на обслуживание.

19.  $n=3$ ;  $m=7$ ;  $\lambda=2$ ;  $t_{об}=20$ . Определить:

а) среднее число простаивающих каналов;

б) вероятность того, что поступившая заявка встанет в очередь для ожидания начала обслуживания;

в) вероятность того, что будет простаивать не более одного канала.

20.  $n=2$ ;  $m=6$ ;  $\lambda=3$ ;  $t_{об}=15$ . Определить:

а) среднее число заявок, находящихся под обслуживанием;

б) среднее время ожидания заявки в очереди;

в) вероятность того, что не менее 4-х источников будут находиться в активном состоянии.

21.  $n=2$ ;  $m=7$ ;  $\lambda=3$ ;  $t_{об}=15$ . Определить:

- а) среднее число заявок, находящихся под обслуживанием;
- б) среднее время ожидания заявки в очереди;
- в) вероятность того, что не менее 4-х источников будут находиться в активном состоянии.

22.  $n=2$ ;  $m=8$ ;  $\lambda=1$ ;  $t_{об}=30$ . Определить:

- а) среднее число заявок в СМО;
- б) вероятность того, что поступившая заявка сразу же будет принята к обслуживанию;
- в) вероятность того, что не менее 4-х заявок будут ожидать в очереди на обслуживание.

23.  $n=3$ ;  $m=7$ ;  $\lambda=2$ ;  $t_{об}=15$ . Определить:

- а) среднее число простаивающих каналов;
- б) вероятность того, что поступившая заявка встанет в очередь для ожидания начала обслуживания;
- в) вероятность того, что будет простаивать не более одного канала.

24.  $n=3$ ;  $m=7$ ;  $\lambda=3$ ;  $t_{об}=15$ . Определить:

- а) среднее число заявок, находящихся под обслуживанием;
- б) среднее время ожидания заявки в очереди;
- в) вероятность того, что не менее 4-х источников будут находиться в активном состоянии.

25.  $n=2$ ;  $m=7$ ;  $\lambda=2$ ;  $t_{об}=30$ . Определить:

- а) среднее число заявок в СМО;
- б) вероятность того, что поступившая заявка сразу же будет принята к обслуживанию;
- в) вероятность того, что не менее 4-х заявок будут ожидать в очереди на обслуживание.

26.  $n=3$ ;  $m=7$ ;  $\lambda=2$ ;  $t_{об}=20$ . Определить:

- а) среднее число простаивающих каналов;
- б) вероятность того, что поступившая заявка встанет в очередь для ожидания начала обслуживания;
- в) вероятность того, что будет простаивать не более одного канала.

27.  $n=2$ ;  $m=6$ ;  $\lambda=3$ ;  $t_{об}=15$ . Определить:

- а) среднее число заявок, находящихся под обслуживанием;
- б) среднее время ожидания заявки в очереди;
- в) вероятность того, что не менее 4-х источников будут находиться в активном состоянии.

28.  $n=2$ ;  $m=8$ ;  $\lambda=3$ ;  $t_{об}=30$ . Определить:

- а) среднее число заявок в СМО;
- б) вероятность того, что поступившая заявка сразу же будет принята к обслуживанию;
- в) вероятность того, что не менее 4-х заявок будут ожидать в очереди на обслуживание.

29.  $n=3$ ;  $m=7$ ;  $\lambda=2$ ;  $t_{об}=20$ . Определить:

- а) среднее число простаивающих каналов;
- б) вероятность того, что поступившая заявка встанет в очередь для ожидания начала обслуживания;
- в) вероятность того, что будет простаивать не более одного канала.

30.  $n=2$ ;  $m=6$ ;  $\lambda=3$ ;  $t_{об}=15$ . Определить:

- а) среднее число заявок, находящихся под обслуживанием;
- б) среднее время ожидания заявки в очереди;
- в) вероятность того, что не менее 4-х источников будут находиться в активном состоянии.

### 3.10 ЗАДАНИЕ №10. СМО С НЕ-ПУАССОНОВСКИМИ ПОТОКАМИ СОБЫТИЙ

*Задача.* В систему массового обслуживания (СМО) поступает в среднем  $t$  вагонов в час. На грузовой двор подают вагоны со средним интервалом  $t$  часов. Распределение интервалов между моментами поступления вагонов подчиняется показательному закону. Время погрузки-разгрузки распределено по произвольному закону и в среднем составляет  $\tau$  часов при среднем квадратическом отклонении  $\sigma(\tau)$  минут. Пользуясь формулами Полячека-Хинчина, найти:

- а) среднее число вагонов, занимающих грузовой двор;
- б) среднее число вагонов, ожидающих погрузки-выгрузки;
- в) средний простой вагонов в ожидании погрузки-выгрузки;
- г) среднее время пребывания вагона на грузовом дворе.

1.  $t=3; \tau = 1,5; \sigma(\tau) = 25$

2.  $t=2,5; \tau = 1,0; \sigma(\tau) = 15$

3.  $t=2; \tau = 0,75; \sigma(\tau) = 10$

4.  $t=3,5; \tau = 2; \sigma(\tau) = 45$

5.  $t=4; \tau = 2,5; \sigma(\tau) = 50$

6.  $t=3; \tau = 1,5; \sigma(\tau) = 30$

7.  $t=2,5; \tau = 2,0; \sigma(\tau) = 15$

8.  $t=3; \tau = 0,75; \sigma(\tau) = 10$

9.  $t=2,5; \tau = 2; \sigma(\tau) = 45$

10.  $t=3; \tau = 2,5; \sigma(\tau) = 50$

11.  $t=3; \tau = 1,5; \sigma(\tau) = 25$

12.  $t=2,5; \tau = 1,0; \sigma(\tau) = 15$

13.  $t=2; \tau = 0,75; \sigma(\tau) = 10$

14.  $t=3,5; \tau = 2; \sigma(\tau) = 45$

15.  $t=4; \tau = 2,5; \sigma(\tau) = 50$

16.  $t=3; \tau = 1,5; \sigma(\tau) = 30$
17.  $t=2,5; \tau = 2,0; \sigma(\tau) = 15$
18.  $t=3; \tau = 0,75; \sigma(\tau) = 10$
19.  $t=2,5; \tau = 2; \sigma(\tau) = 45$
20.  $t=3; \tau = 2,5; \sigma(\tau) = 50$
21.  $t=3; \tau = 1,5; \sigma(\tau) = 25$
22.  $t=2,5; \tau = 1,0; \sigma(\tau) = 15$
23.  $t=2; \tau = 0,75; \sigma(\tau) = 10$
24.  $t=3,5; \tau = 2; \sigma(\tau) = 45$
25.  $t=4; \tau = 2,5; \sigma(\tau) = 50$
26.  $t=3; \tau = 1,5; \sigma(\tau) = 30$
27.  $t=2,5; \tau = 2,0; \sigma(\tau) = 15$
28.  $t=3; \tau = 0,75; \sigma(\tau) = 10$
29.  $t=2,5; \tau = 2; \sigma(\tau) = 45$
30.  $t=3; \tau = 2,5; \sigma(\tau) = 50$

## 4 КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ ОЦЕНКИ КАЧЕСТВА ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

1. Простейший поток событий (определение)
2. Свойства стационарности, ординарности и отсутствия последствия
3. Интенсивность потока.
4. Формула Пуассона
5. Марковский случайный процесс (определение).
6. Классификация Марковских случайных процессов.
7. Цепи Маркова.
8. Вероятности состояний. Переходные вероятности.
9. Матрица переходных вероятностей.
10. Графическое изображение цепей Маркова.
11. Классификация Марковских случайных процессов.
12. Плотность вероятности перехода.
13. Уравнения Колмогорова.
14. Предельные вероятности состояний.
15. Стационарный режим.
16. Непрерывные марковские цепи.
17. Процесс гибели и размножения.
18. Предельное распределение вероятностей процесса гибели и размножения.
19. Система массового обслуживания (СМО).
20. Канал обслуживания. Заявка.
21. Входящий поток заявок. Поток обслуживания.
22. Классификация СМО.
23. Показатели эффективности СМО.
24. Многоканальная СМО.
25. Многоканальная СМО без очереди.
26. Граф состояний многоканальная СМО без очереди.

27. Коэффициент загрузки системы.
28. Предельное распределение вероятностей многоканальной СМО без очереди.
29. Показатели эффективности многоканальной СМО без очереди.
30. Одноканальная СМО с ограниченной очередью.
31. Граф состояний одноканальной СМО с ограниченной очередью.
32. Предельное распределение вероятностей одноканальной СМО с ограниченной очередью.
33. Показатели эффективности одноканальной СМО с ограниченной очередью.
34. Показатели эффективности одноканальной СМО с ограниченной очередью при коэффициенте загрузки равном единице.
- СМО с очередью.
35. Одноканальная СМО с неограниченной очередью.
36. Граф состояний одноканальной СМО с неограниченной очередью.
37. Предельное распределение вероятностей одноканальной СМО с неограниченной очередью.
38. Показатели эффективности одноканальной СМО с неограниченной очередью.
39. Показатели эффективности одноканальной СМО с ограниченной очередью при коэффициенте загрузки равном единице.
40. Многоканальная СМО с ограниченной очередью.
41. Граф состояний многоканальной СМО с ограниченной очередью.
42. Предельное распределение вероятностей многоканальной СМО с ограниченной очередью.
43. Суммарный коэффициент загрузки системы.
44. Показатели эффективности многоканальной СМО с ограниченной очередью.
45. Показатели эффективности одноканальной СМО с ограниченной очередью при суммарном коэффициенте загрузки равном единице.

46. Многоканальная СМО с неограниченной очередью.
47. Граф состояний многоканальной СМО с неограниченной очередью.
48. Предельное распределение вероятностей многоканальной СМО с неограниченной очередью.
49. Стационарный режим работы СМО
50. Показатели эффективности многоканальной СМО с неограниченной очередью.
51. СМО с ограниченным временем ожидания.
52. Поток уходов.
53. Многоканальная СМО с ограниченным временем ожидания.
54. Граф состояний многоканальной СМО с ограниченным временем ожидания.
55. Предельное распределение вероятностей многоканальной СМО с ограниченным временем ожидания.
56. Показатели эффективности многоканальной СМО с ограниченным временем ожидания и с ограниченной очередью.
57. Закрытые и открытые СМО.
58. Одноканальные закрытые СМО.
59. Источники заявок.
60. Граф состояний одноканальной закрытой СМО.
61. Предельное распределение вероятностей одноканальной закрытой СМО.
62. Показатели эффективности одноканальной закрытой СМО.
63. Многоканальные закрытые СМО.
64. Граф состояний многоканальной закрытой СМО.
65. Предельное распределение вероятностей многоканальной закрытой СМО.
66. Показатели эффективности многоканальной закрытой СМО.
67. Классификация СМО по дисциплине взаимопомощи.
68. Тип взаимопомощи «все как один».

69. Тип «равномерной» взаимопомощи.

70. Изменение показателей эффективности СМО в зависимости от типа взаимопомощи.

71. Не-пуассоновские потоки в СМО.

72. СМО без очереди с произвольным распределением времени обслуживания.

73. Формулы Эрланга.

74. СМО с очередью с произвольным распределением времени обслуживания.

75. Коэффициент вариации времени обслуживания.

76. Формулы Полячека-Хинчина.

## 5 СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Письменный Д.Т. Конспект лекций по теории вероятностей, математической статистике и случайным процессам [Текст] / Д.Т. Письменный. - М.: Айрис-пресс, 2007. – 288с.

2. Суханова С.Г. Специальные главы теории вероятностей и математической статистики (практикум)[Текст]: Учебное пособие / С.Г. Суханова, А.Н. Селезнева. – Хабаровск: ХИИК ФГОБУ ВПО» СибГУТИ», 2014. – 80 с.

3. Суханова С.Г. Специальные главы теории вероятностей и математической статистики (практикум для студентов заочной формы обучения) / [Текст] \С.Г. Суханова. – Хабаровск: ХИИК ФГОБУ ВПО» СибГУТИ», 2015. – 25с.

4. Климов Г.П. Теория массового обслуживания [Электронный ресурс]: учебное пособие / Климов Г.П.— М.: Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, 2011. 312— с. - Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/13316>. — ЭБС «IPRbooks», по паролю.

5. Системы массового обслуживания [Электронный ресурс]: учебно-методическое пособие / — Л.: Липецкий государственный технический университет, ЭБС АСВ, 2012. 24— с. - Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/17695>. — ЭБС «IPRbooks», по паролю.

6. Карташевский В.Г. Основы теории массового обслуживания [Электронный ресурс]: учебник / Карташевский В.Г.— М.: Горячая линия - Телеком, 2013. 130— с. - Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/37131>. — ЭБС «IPRbooks», по паролю.